INSTITUTTET FOR HUSBYGNING

Forelæsningsnotat nr. 38

EGIL BORCHERSEN

SKIVEBYGNINGER

1. STATISK BESTEMTE SKIVEKONSTRUKTIONER

Den polytekniske Læreanstalt, Danmarks tekniske Højskole
Lyngby 1974

FORORD

Dette forelæsningsnotat er primært udarbejdet til brug for kurset 6503:"Husbygning 3, Præfabrikerede skivebygningers konstruktive forhold".

I notatet søges der redegjort for beregningsmodeller til bestemmelse af kraftforløbet i statisk bestemte skivekonstruktioner enten udelukkende opbygget af skiver eller opbygget af skiver, bjælker og søjler.

Notatets formål er at give læseren en forståelse af kraftforløbet i skivebygninger. Ved at betragte statisk ubestemte skivebygninger er det kun nødvendigt at gøre brug af de statiske ligevægtsbetingelser, og resultatet bliver således uafhængigt af, hvilket materiale, der er anvendt til skivebygningen.

Notatet er en revideret udgave af forelæsningsnotat nr. 31:"SKIVEBYGNINGER, 1: Statik", der i fjor blev anvendt på kurset.

Instituttet for Husbygning

august 1974

Egil Borchersen

INDHOLDSFORTEGNELSE

INDLEDNING

Konstruktionsvurderingen af et bygværk kræver bl.a. kendskab til de spændinger og deformationer, som de ydre påvirkninger på bygværket giver anledning til.

Da de ydre påvirkninger hovedsageligt forekommer i form af kræfter, der virker på konstruktionens forskellige dele, indgår det som et væsentligt led i konstruktionsvurderingen at kunne bestemme de spændinger og deformationer, som vilkårlige kræfter på konstruktionen forårsager. Spændings- og deformationsbestemmelsen kan ske enten ved forsøg eller ved beregning.

Beregningen sker ved at anvende en beregningsmodel for konstruktionen. Beregningsmodellen er en forenklet udgave af den virkelige konstruktion, idet det normalt er nødvendigt at indskrænke det antal parametre, der kan medtages i beregningerne.

Ved opstillingen af en beregningsmodel skal der tages hensyn til to ofte modstridende krav:

a) Tilstrækkelig god overensstemmelse mellem den virkelige konstruktions virkemåde og beregningsmodellens virkemåde.

b) Tilpas simpel beregningsmodel, således at beregningen af de søgte størrelser kan foretages inden for en rimelig tid og for en rimelig omkostning.

Det sidste krav er nemmest at få opfyldt, idet beregningsmodellen kan vælges opbygget af elementer, for hvilke der kendes enkle beregningsmetoder. Der må dog tages behørigt hensyn til det første krav ved valg af elementer.

Det første krav er væsentligt vanskeligere at få opfyldt, idet det kræver kendskab til den virkelige konstruktions virkemåde for at kunne foretage en sammenligning med beregningsmodellens virkemåde.

I forbindelse med opstillingen af beregningsmodeller for skivebygninger kræves, dels kendskab til de enkelte skivers virkemåde, dels til den samlede konstruktions virkemåde. Behandlingen af problematikken er i dette tilfælde valgt opdelt i tre afsnit, nemlig:

1) Statisk bestemte skivekonstruktioner.

2) Spændingsfordelingen i skiver.

3) Statisk ubestemte skivekonstruktioner.

I det første afsnit, som er indeholdt i dette notat, undersøges kraftforløbet i en skivekonstruktion, i det omfang dette kan ske udelukkende ved anvendelse af de statiske ligevægtsbetingelser.

Det andet afsnit omhandler beregningsmodeller for skiver. Skiver kan i visse tilfælde beregnes efter den tekniske bjælketeori, og i afsnittet søges der redegjort for, hvornår bjælketeorien giver tilstrækkeligt gode resultater.

Endelig behandles i tredje afsnit en række beregningsmodeller for statisk ubestemte skivekonstruktioner.

Disse to afsnit vil fremkomme som separate forelæsningsnotater.

DEFINITIONER

Skivevirkning:

Et plant konstruktionselement, der har en symmetriplan, og hvis udstrækning i symmetriplanen er stor i forhold til udstrækningen vinkelret herpå, siges at virke som en skive over for kraftpåvirkninger i symmetriplanen, medens det siges at virke som en plade over for kraftpåvirkninger vinkelret på symmetriplanen.

Et plant konstruktionselement kan være udsat for begge belastningsarter samtidig, men så længe, der er tale om små deformationer og superpositionsloven gælder, kan de to tilfælde behandles separat.

Ved beregningen af skivekræfterne (snitkræfterne) i et plant konstruktionselement tages altså kun de kræfter i betragtning, som ligger i skivens plan (symmetriplan).

Skiver og plader:

Som det fremgår, kan et plant konstruktionselement strengt taget ikke uden videre benævnes en skive eller en plade, hvis elementets statiske funktion ikke kendes. Det er imidlertid almindeligt at bruge de to benævnelser i flæng om plane konstruktionselementer, idet der dog skeles til deres primære statiske funktion, og det vil også være tilfældet i dette notat.

Skivefelter:

Ved et skivefelt forstås i dette notat et enkeltsammenhængende plant område, der kan overføre kræfter ved skivevirkning. Det kan f.eks. være et vægelement, eller dele deraf, eller en hel væg opbygget af flere vægelementer.

Skivebygning:

Der findes ingen klar definition af, hvad en skivebygning er. Normalt kaldes en bygningskonstruktion en skivebygning, hvis det kraftoverførende statiske system hovedsageligt består af skiver.

Bærende system:

De konstruktionselementer, der medvirker ved optagelsen af de lodrette belastninger på en bygning, siges at udgøre bygningens bærende system.

Afstivende system:

Helt analogt siges de elementer, der medvirker ved optagelsen af de vandrette belastninger, at udgøre bygningens afstivende system.

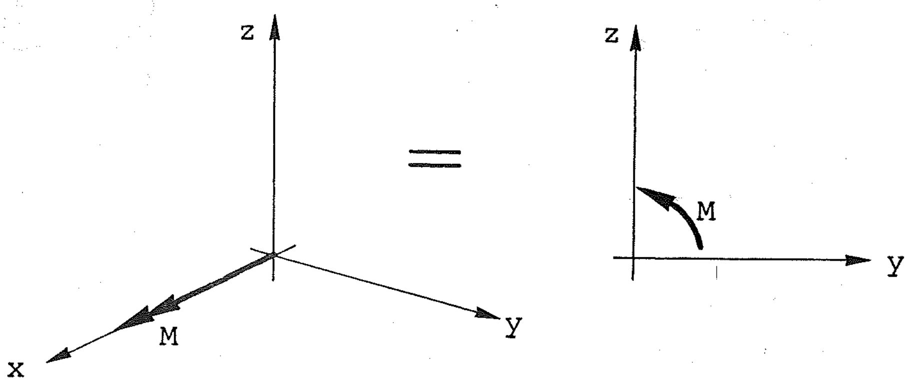
De enkelte elementer i bygningen kan indgå både i det bærende og i det afstivende system, men ofte med forskellige statiske funktioner. Således kan et dækelement virke som plade i det bærende system, medens det virker som skive i det afstivende system.

SYMBOLER

$$\left.\begin{matrix} a \\ b \\ h \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} \text{bredde-} \\ \text{længde-} \\ \text{højde-} \end{matrix}\right\} \text{angivelser for skiverne.}$$

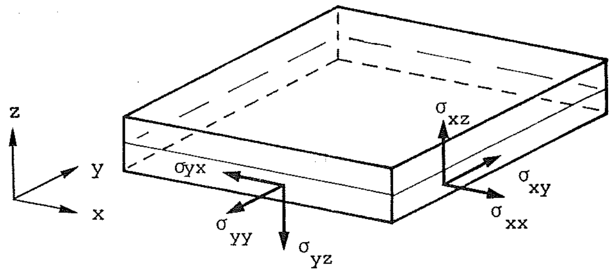
$$\left.\begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix}\right\} \text{koordinater}$$

G	Ydre kræfter
M	Momenter (snitkræfter)
M	Antal pendulsøjler
N	Normalkræfter (snitkræfter)
N	Antal skivefelter
P	Ydre kræfter
Q	Forskydningskræfter (snitkræfter)
R	Antal ubekendte snitkræfter

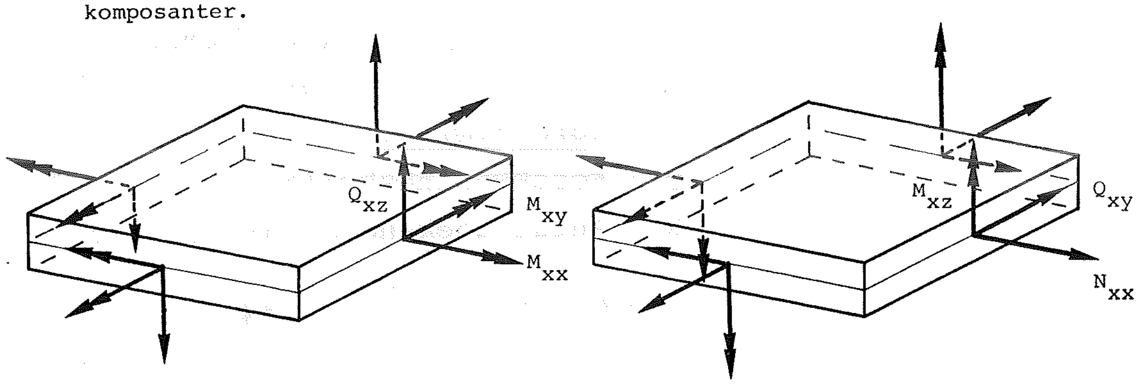


For rumlige momentvektorer er anvendt den på ovenstående figur viste pil med "dobbeltspids", hvor f.eks. en momentpil i x-retningen er lig et moment i y-z-planen med den viste omdrejningsretning.

Figur 1.1-1



a. Rektangulært felt udskåret af en skivekonstruktion.
Randspændingerne kan i hvert punkt på randene udtrykkes ved tre spændingskomposanter.



b. Pladesnitkræfter.

c. Skivesnitkræfter.

Randspændingerne kan for hver rand sammensættes til 6 uafhængige snitkræfter.

$Q_{xz} = \int_A \sigma_{xz} dA$

$M_{xx} = \int_A [(y - y_o)\sigma_{xz} - (z - z_o)\sigma_{xy}] dA$

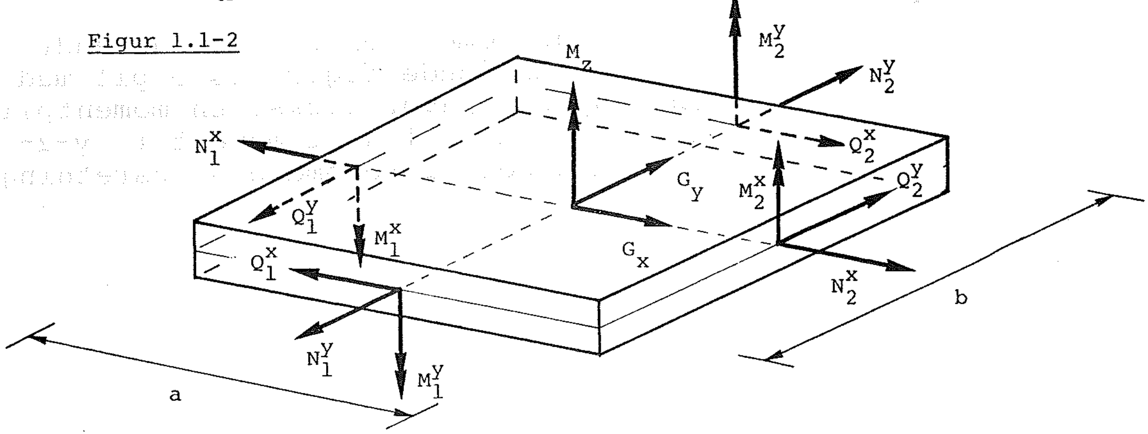
$M_{xy} = \int_A \sigma_{xx}(z - z_o) dA$

$N_{xx} = \int_A \sigma_{xx} dA$

$Q_{xy} = \int_A \sigma_{xy} dA$

$M_{xz} = \int_A \sigma_{xx}(y - y_o) dA$

Figur 1.1-2



Rektangulært skivefelt udelukkende belastet med skivekræfter.
Ud over snitkræfter langs randene tænkes en ydre kendt belastning samlet i skivefeltets midtpunkt til de to kræfter G_x og G_y og momentet M_z .

Ligevægtsligningerne kræver kraftligevægt i x- og y-retning samt momentligevægt om z-aksen, d.v.s. :

$$N_1^x - N_2^x + Q_1^x - Q_2^x = G_x$$

$$N_1^y - N_2^y + Q_1^y - Q_2^y = G_y$$

$$M_1^y + M_1^x - M_2^y - M_2^x + \frac{b}{2}(Q_1^x + Q_2^x) - \frac{a}{2}(Q_1^y + Q_2^y) = M_z$$

1. STATISK BESTEMTE SKIVEKONSTRUKTIONER

I dette afsnit omtales den statiske beregning af de skivebygninger, hvor beregningen udelukkende kan baseres på de statiske ligevægtsbetingelser.

1.1 Ligevægtsbetingelser for skivefelter

Randspændinger

Skivekræfter

Pladekræfter

Udskæres et rektangulært felt (figur 1.1-1.a) af en skivekonstruktion, vil det langs sine fire rande (snitflader) være påvirket af randspændinger. Disse spændinger kan for hver rand sammensættes til seks af hinanden uafhængige kræfter (figur 1.1-1.b og 1.1-1.c). Normalkraften og forskydningskraften i skiveplanet samt momentet, hvis vektor er vinkelret på skiveplanet, betegnes normalt skivekræfterne, idet kun disse kan antage værdier $\neq 0$, når skivefeltet er belastet i sit plan (skivevirkning). Tilsvarende betegnes de tre andre pladekræfter, idet kun disse medvirker ved optagelsen af belastninger vinkelret på skivefeltets plan (pladevirkning).

Denne fordeling af belastningsoptagelsen gælder kun, så længe belastningerne er så små, at der kan ses bort fra deformationerne ud af skiveplanet. Dette er dog altid tilfældet i almindelige husbygningskonstruktioner, og interessen vil i det følgende kun samle sig om de tre skivesnitkræfter.

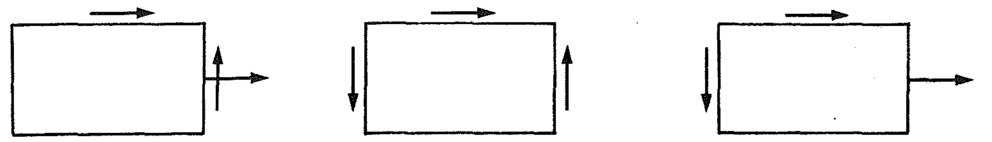
For det rektangulære skivefelt gælder det (figur 1.1-2), at der ialt kan være tolv skivesnitkræfter. Disse skal i henhold til de statiske ligevægtsbetingelser danne et kraftsystem i ligevægt sammen med den belastning, der angriber i skiveplanet inden for randene.

Ligevægtsbetingelser

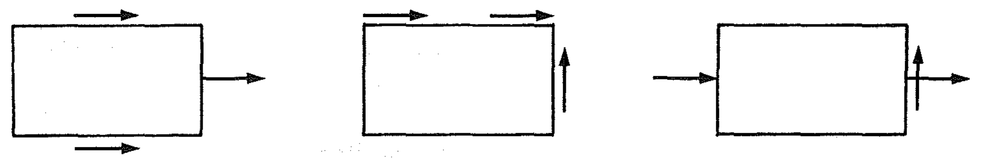
Ligevægtsbetingelserne for et plant kraftsystem kan udtrykkes ved to projektionsligninger i ikke-parallelle retninger samt en momentligevægt om en akse vinkelret på skiveplanet (figur 1.1-2). Derved fås tre ligninger til fastlæggelse af de tolv snitkræfter.

Skal skivefeltets snitkræfter udelukkende kunne bestemmes af ligevægtsligningerne, betyder det, at kun tre af de tolv snitkraftstørrelser må være ubekendte, og at ligningssystemet, som dannes med de tre

Figur 1.1-3

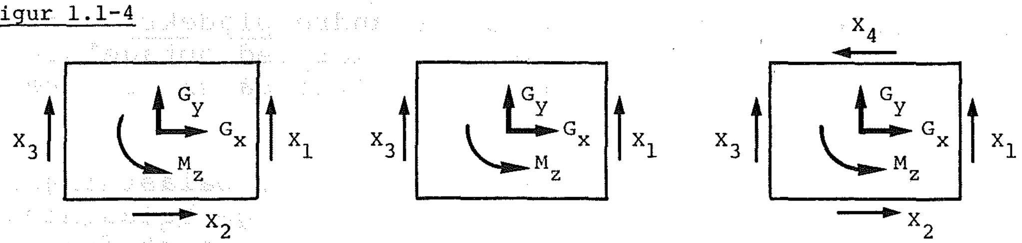


a. Skivefelter med tre statisk uafhængige snitkræfter.



b. Skivefelter med tre snitkræfter, der ikke er statisk uafhængige.

Figur 1.1-4



a. Statisk bestemt skivefelt.

X_1, X_2 og X_3 er de tre statisk uafhængige ubekendte.

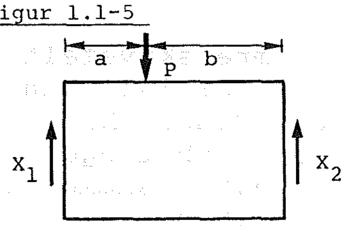
b. Statisk overbestemt skivefelt.

X_1 og X_3 er ubekendte.

c. Statisk ubestemt skivefelt.

X_1, X_2, X_3 og X_4 er ubekendte.

Figur 1.1-5



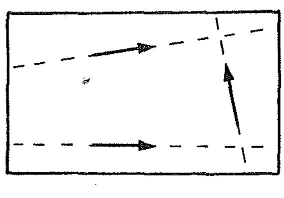
Et skivefelt kan i specielle tilfælde overføre en belastning, selvom der kun er 2 snitkræfter.

De 2 snitkræfter på figuren kan bestemmes ved hjælp af en projektionsligning i kraftretningen og en momentligning. Den anden projektionsligning vinkelret på kraftretningen er for den viste kraftretning altid opfyldt, så længe kræfterne forbliver parallelle.

Ligevægtsbetingelserne giver : $X_1 + X_2 = P$, og $X_1 a = X_2 b$.

Hvoraf : $X_1 = \frac{b}{a+b} P$ og $X_2 = \frac{a}{a+b} P$.

Figur 1.1-6



Skivefelt med tre snitkræfter, der angriber inden for randene.

ubekendte, er af en sådan karakter, at det har en entydig løsning. Tre snitkræfter, der opfylder disse krav, betegnes (statisk) uafhængige snitkræfter. Begrebet statisk uafhængige snitkræfter omtales nærmere i kapitel 1.4.

Uafhængige snitkræfter

Generelt gælder det for et plant kraftsystem, at tre uafhængige kræfter er enten tre enkeltkræfter, der ikke skærer hinanden i samme punkt, og som ikke alle er parallelle; eller to ikke-parallelle enkeltkræfter og et moment. På figur 1.1-3 er vist eksempler på skivefelter med tre uafhængige snitkræfter.

Definition af et statisk bestemt skivefelt

Sætning 1.1-1:

Kan et skivefelt udskæres på en sådan måde af en skivekonstruktion, at der ialt langs snittene kun er tre uafhængige snitkræfter, benævnes skivefeltet et skivefelt med statisk bestemte snitkræfter, eller kortere et statisk bestemt skivefelt.

I det tilfælde vil snitkræfterne nemlig umiddelbart kunne beregnes ved hjælp af de statiske ligevægtsbetingelser (se figur 1.1-4.a).

Statisk overbestemt skivefelt

Har skivefeltet færre end tre uafhængige snitkræfter, benævnes det et statisk overbestemt skivefelt, idet der er færre ubekendte, end der er ligevægtsligninger (se figur 1.1-4.b), og kun i meget specielle tilfælde vil alle tre ligninger samtidigt kunne opfyldes (se figur 1.1-5).

Statisk ubestemt skivefelt

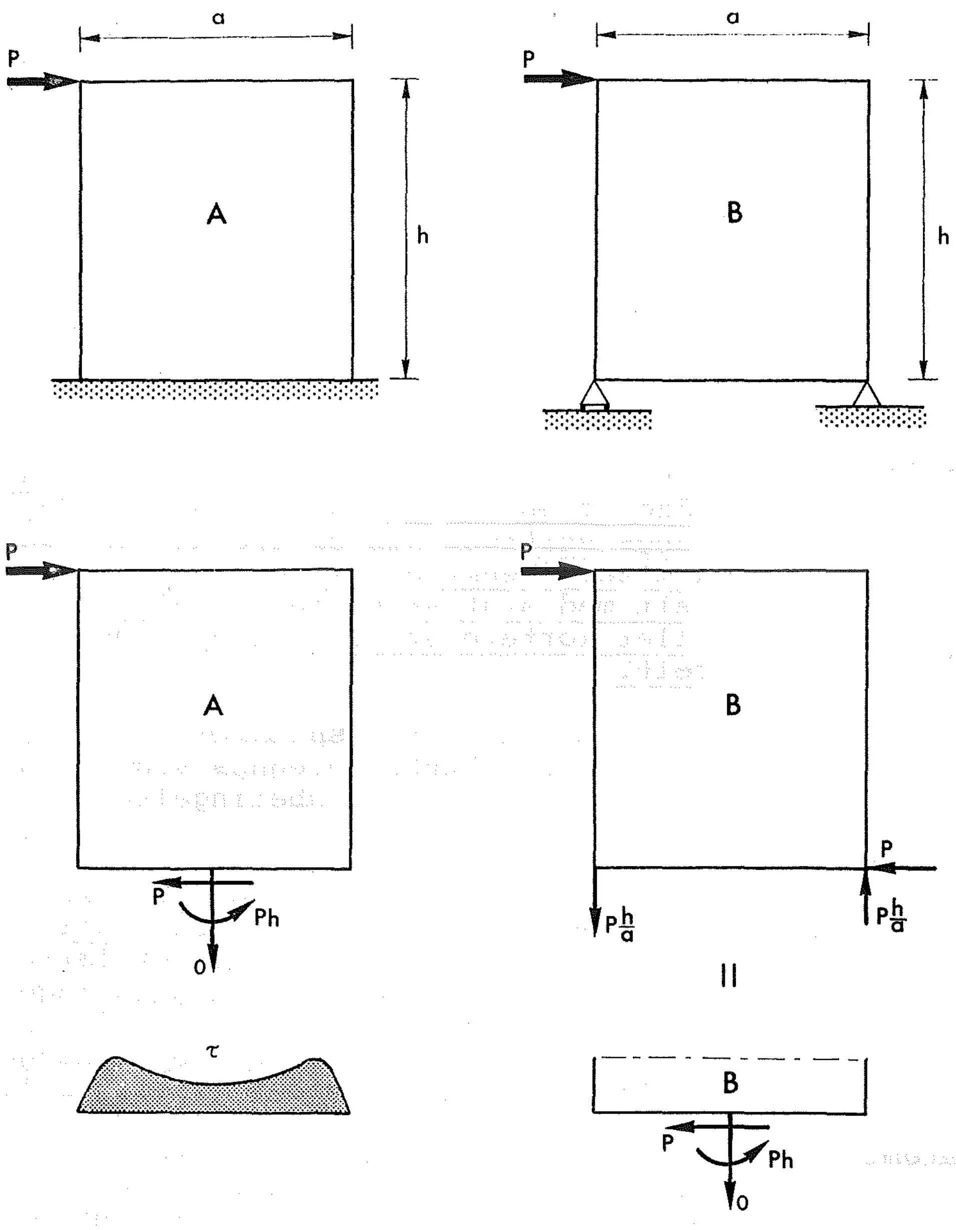
Tilsvarende benævnes et skivefelt med mere end tre uafhængige ubekendte, et statisk ubestemt skivefelt (figur 1.1-4.c).

De ubekendte snitkræfter kan i stedet for at angribe langs skivefeltets rande, angribe langs linier inden for skiverandene som vist på figur 1.1-6 (f.eks. langs samlingen med et andet skivefelt, der ikke er parallelt med det første). For disse snitkræfter gælder naturligvis de samme regler, som for snitkræfter langs randene.

Randspændingernes statiske bestemthed

Den førnævnte statiske bestemthed gælder kun snitkræfterne og ikke generelt randspændingerne. D.v.s., at selv om de resulterende snitkræfter kan bestemmes ved hjælp af ligevægtsligningerne, så vil

Figur 1.1-7



På figuren er vist to ens skiver (skivefelter), hvor den ene, A, er "indspændt" og den anden, B, "simpelt understøttet" langs den nederste rand.

Udsat for den samme belastning, P, ses de resulterende snitkræfter langs den nederste rand at være identiske for de to skiver.

For skive A's vedkommende er endvidere vist forskydningsspændingernes fordeling langs den betragtede rand, hvis skiven er af et lineær elastisk materiale. For skive B's vedkommende er forskydningsspændingerne koncentreret omkring højre understøtningspunkt (uanset skivematerialet), og spændingsfordelingen afviger tydeligt fra skive A's.

spændingsfordelingen ikke automatisk kunne bestemmes. Spændingsfordelingen vil afhænge af skivematerialet og geometrien af resten af den konstruktion, hvori skivefeltet indgår (se figur 1.1-7).

1.2 Beregningsmodellen

Skivekræfterne i et skivefelt, der blev behandlet i forrige kapitel, udgør et plant kraftsystem. I det følgende skal det undersøges, hvilke belastninger en skivekonstruktion kan optage alene ved skivekræfter, og der anvendes derfor en beregningsmodel, der kun kan overføre skivekræfter.

Beregningsmodel

Skivekonstruktionen antages opbygget af plane elementer, der har endelig stivhed i deres plan, og som er uendelig slappe på tværs af deres plan (skiveplanet). Samlingerne mellem de plane elementer antages udført således, at de kun kan overføre skivekræfter. Denne model vil ikke kunne overføre pladekræfter, men udelukkende skivekræfter.

Beregningsmodellens geometri

For en given skivebygning fastlægges beregningsmodellens geometri som værende sammenfaldende med den geometriske figur, som symmetriplanerne for bygningens skiver danner.

Belastninger

Beregningsmodellen fordrer, at de enkelte skivefelter kun udsættes for belastninger, der er beliggende i skiveplanet. Ved samlingen mellem to skivefelter, der ikke er beliggende i samme plan, skal belastningen kunne opløses til skivekræfter i de to skiveplaner, men belastningsresultanten behøver ikke at være beliggende i en af de to skiveplaner.

Belastningernes størrelse

For at beregningsmodellen kan anvendes, forudsættes det, at den ikke udsættes for større belastninger end, at der ikke sker brud i skiverne enten i form af tryk-, træk- eller forskydningsbrud eller i form af stabilitetsbrud.

Deformationernes størrelse

Endvidere forudsættes, at deformationerne er så små, at ligevægtsligningerne for den belastede model kan opstilles ud fra den ubelastede models geometri.

Lokal pladevirkning med globale skivekræfter

Egenvægt af dækelementer, snebelastning på tagets dækelementer, vindpåvirkning på facadeelementer o.s.v. overføres lokalt ved pladevirkning af de respektive elementer til resten af skivekonstruktionen. I almindelige præfabrikerede husbygningskonstruktioner udføres samlingerne mellem disse elementer og resten af konstruktionen på en sådan måde, at elementerne er simpelt understøttede på enten vægskiver eller dækskiver. Pladebelastningen vil således af pladen overføres til resten af konstruktionen som skivekræfter, og beregningen af kraftforløbet uden for det belastede element vil kunne ske ved anvendelse af beregningsmodellen, der kun kan overføre skivekræfter.

Beregningsmodellens anvendelighed

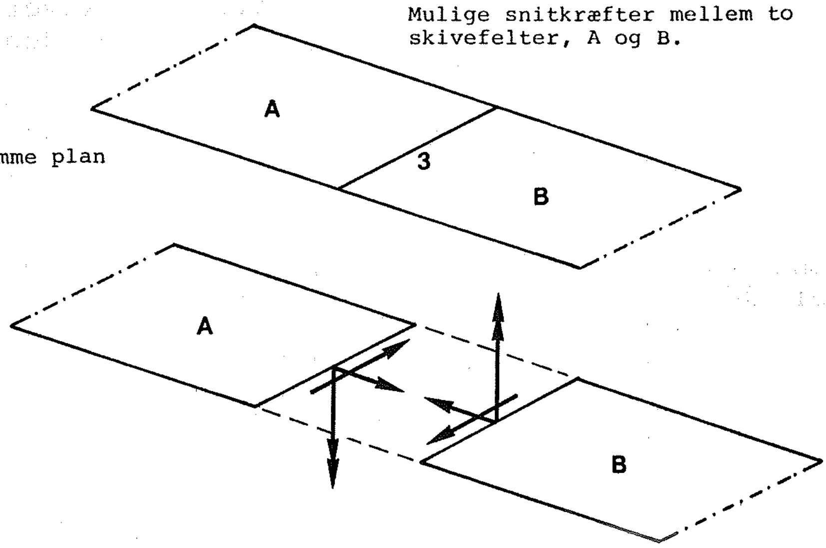
Beregningsmodellen kan derfor betragtes som en god tilnærmelse ved beregningen af kraftforløbet i almindelige præfabrikerede husbygningskonstruktioner, når det gælder beregningen af skivekræfterne.

Figur 1.3-1

Mulige snitkræfter mellem to skivefelter, A og B.

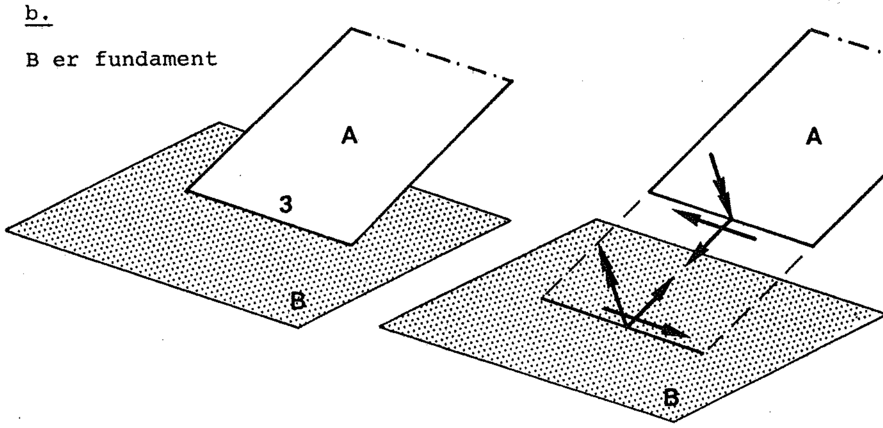
a.

A og B i samme plan



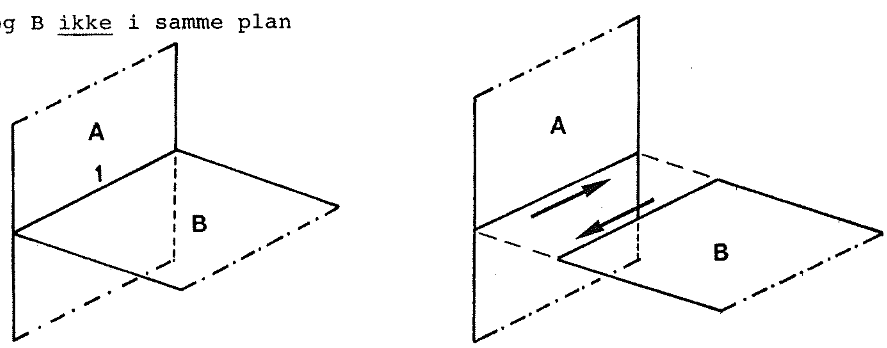
b.

B er fundament

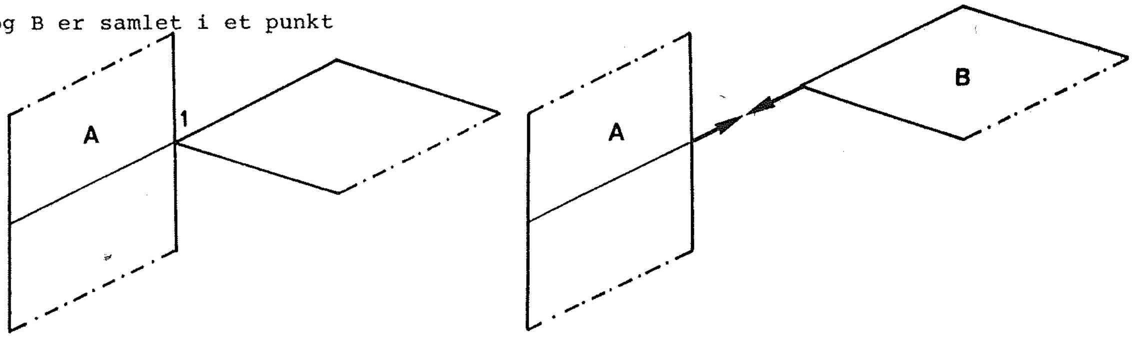


c.

A og B ikke i samme plan



A og B er samlet i et punkt



1.3 Mulige snitkræfter mellem skivefelter

Det er antaget om samlingerne mellem skivefelterne, at de kun kan overføre skivekræfter. De snitkræfter, der kan blive tale om i samlingerne, er følgende:

Sætning 1.3-1:

Skivefelter i samme plan

Mellem to skivefelter beliggende i samme plan (se figur 1.3-1.a) kan der i samlingen overføres normal- og forskydningsspændinger i skiveplanet, d.v.s., at der langs samlingen kan overføres normal- og forskydningskræfter, samt momenter med momentvektoren vinkelret på skiveplanen.

3-tallet på figur 1.3-1.a antyder, at der langs samlingen kan være 3 ubekendte snitkræfter.

Denne regel gælder også i samlingen mellem et skivefelt og et fundament uanset vinklen, skivefeltet danner med fundamentsfladen (se figur 1.3-1.b).

Sætning 1.3-2:

Skivefelter, der ikke er i samme plan

Mellem to skivefelter, der ikke er beliggende i samme plan (se figur 1.3-1.c), kan der i samlingen kun overføres forskydningsspændinger, d.v.s., at der langs samlingen kun kan overføres en forskydningskraft.

Analogt er der angivet et 1-tal langs samlingen, for at antyde at der langs samlingen kun kan være én ubekendt snitkraft.

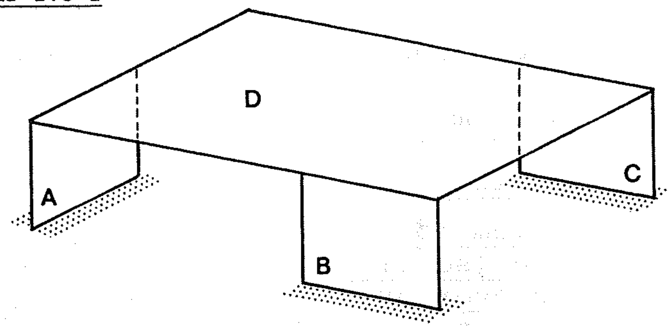
Ud fra disse sætninger om mulige snitkræfter i samlingerne mellem skivefelter, er det nu muligt at bestemme det samlede antal ubekendte snitkræfter, der kan optræde i samlingerne mellem de skivefelter, som en skivekonstruktion kan opdeles i (se figur 1.3-2.a).

Opdelingen af en skivekonstruktion i skivefelter er ikke entydig, sådan at forstå, at skivekonstruktionen på forskellig måde kan opdeles i skivefelter med det dertil hørende forskellige antal ubekendte snitkræfter mellem skivefelterne se figur 1.3-2.b, c, d).

Figur 1.3-2

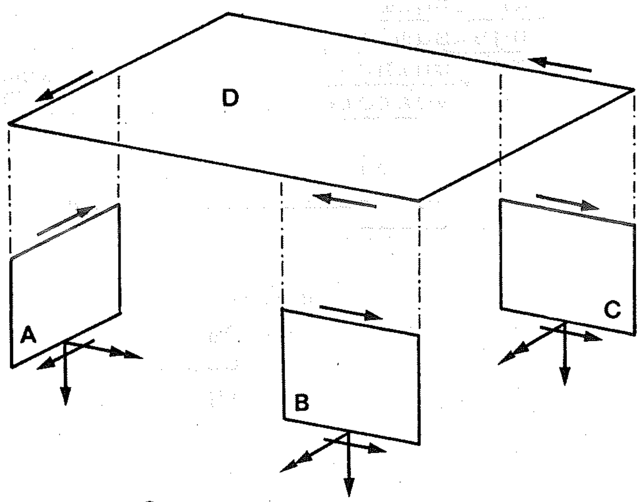
Opdeling i skivefelter

a.



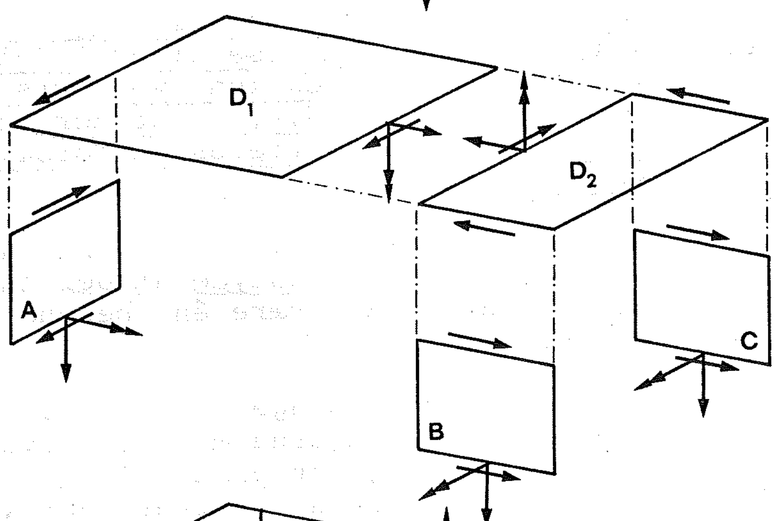
Skivekonstruktion

b.



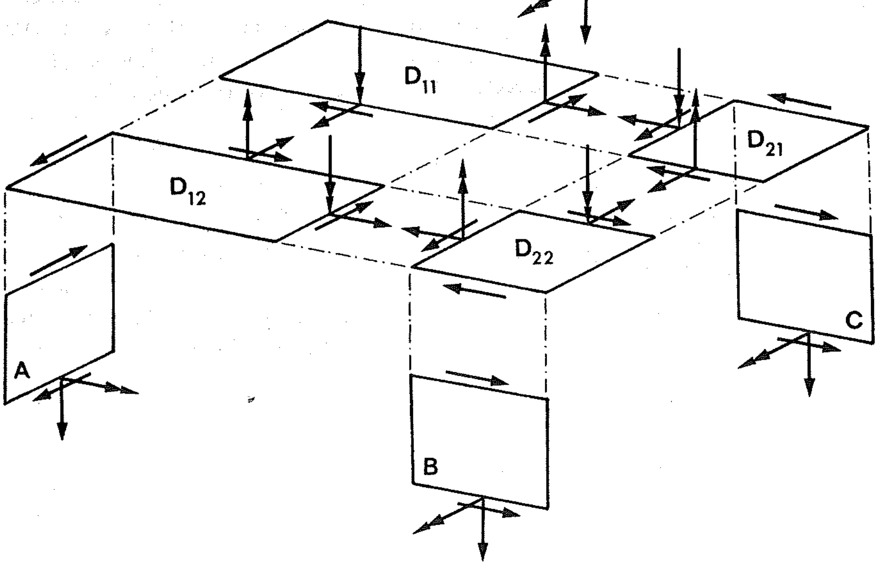
1. opdeling

4 skivefelter
12 ubekendte snitkræfter



2. opdeling

5 skivefelter
15 ubekendte snitkræfter



3. opdeling

7 skivefelter
24 ubekendte snitkræfter

Om opdelingen af skivefelter gælder der:

Opdeling af skivefelter

Sætning 1.3-3:

Deles et skivefelt i to nye skivefelter, vil det samlede antal snitkræfter i samlingerne i en skivekonstruktion øges med mindst tre.

De tre hidrører fra samlingen mellem de to nye felter, medens resten stammer fra en eventuel deling af en rand, langs hvilken der før opdelingen virkede ubekendte snitkræfter.

1.4 Statisk bestemte skivekonstruktioner opbygget af skivefelter

Definition af statisk bestemt skivekonstruktion

I lighed med definitionen af et statisk bestemt skivefelt (sætning 1.1-1) defineres:

Sætning 1.4-1:

En skivekonstruktion, der er opbygget af skivefelter, er statisk bestemt (har statisk bestemte snitkræfter), hvis der kun kan optræde skivekræfter i de enkelte skivefelter, samtidig med at snitkræfterne i samlingerne mellem skivefelterne kan bestemmes alene ved hjælp af de statiske ligevægtsbetingelser.

Fastlæggelsen af de mulige snitkræfter i en skivekonstruktion for en given opdeling i skivefelter er omtalt i forrige kapitel. Til bestemmelse af disse ubekendte snitkræfter vil der for hvert skivefelt kunne opstilles tre ligevægtsligninger for skivefeltets snitkræfter. Deraf fås følgende regel til fastlæggelse af, om en skivekonstruktion er statisk bestemt.

Fastlæggelse af statisk bestemthed

Sætning 1.4-2:

Er en skivekonstruktion opdelt i N skivefelter, hvor hvert felt har mindst tre ubekendte og uafhængige snitkræfter, og er der ialt R ubekendte og indbyrdes uafhængige snitkræfter langs samlingerne mellem felterne, da er skivekonstruktionen statisk bestemt med hensyn til disse snitkræfter, hvis $R = 3N$.

$R = 3N$
$R > 3N$

Det betyder, at en vilkårlig ydre belastning, der angriber i en af skivefelternes planer, vil kunne optages af konstruktionen udelukkende ved skivekræfter, når $R \geq 3N$. For $R = 3N$ vil snitkræfterne være statisk bestemte, mens de for $R > 3N$ er statisk ubestemte.

$R < 3N$

For $R < 3N$, eller hvis et skivefelt har færre end tre ubekendte og uafhængige snitkræfter, vil konstruktionen ikke kunne overføre vilkårlige ydre belastninger i et af skivefelternes planer udelukkende ved skivekræfter.

Det kan dog ske, at en skivekonstruktion er således opbygget, at den består af en statisk bestemt del plus en række skivefelter med kun to ubekendte snitkræfter. Konstruktionen vil da kunne optage ydre belastning, hvis denne angriber i de skivefelter, der indgår i den statisk bestemte del. Om noget sådant er tilfældet kan undersøges ved at se bort fra skivefelterne med to ubekendte snitkræfter og de tilhørende snitkræfter ved optællingen af de ubekendte snitkræfter og af skivefelterne. Er $R \geq 3\,N$ for den resterende konstruktion, vil denne del være i stand til at optage en ydre belastning ved skivekræfter.

Kravet til de R snitkræfter i sætning 1.4-2 er, at de skal være statisk uafhængige. Dette begreb er allerede defineret for et skivefelts snitkræfter i kapitel 1.1, og definitionen skal her udvides til at omfatte snitkræfterne i en skivekonstruktion. Kravet skyldes, at de 3 N ligevægtsligninger mellem de R ubekendte snitkræfter danner et inhomogent lineært ligningssystem, som kun i visse tilfælde har en entydig løsning forskellig fra nul.

Fra den lineære algebra vides ([2] sætning 12.1):

"Dersom det for et lineært ligningssystem med n ubekendte gælder, at totalmatricen har en højere rang end koefficientmatricen, har ligningssystemet ingen løsning. Har de to matricer samme rang r, vil systemet have én løsning for $r = n$, men en $(n - r)$-dobbelt uendelighed af løsninger for $r < n$."

Koefficientmatricen er den matrix, der kan dannes af koefficienterne til de ubekendte, medens totalmatricen er den matrix, koefficientmatricen danner sammen med ligningssystemets højresider.

En matrix siges at have rangen r, dersom der i matricen findes mindst én underdeterminant af r'te orden, der er forskellig fra nul, mens alle underdeterminanter af højere end r'te orden (hvis sådanne findes) er lig med nul.

De 3 N ligninger med R ubekendte, vil i tilfældet $3\,N = R$ danne et kvadratisk ligningssystem, og dette har kun en entydig løsning, hvis koefficientmatricens determinant er forskellig fra nul. Derfor defineres:

Sætning 1.4-3:

Definition af statisk uafhængige snitkræfter

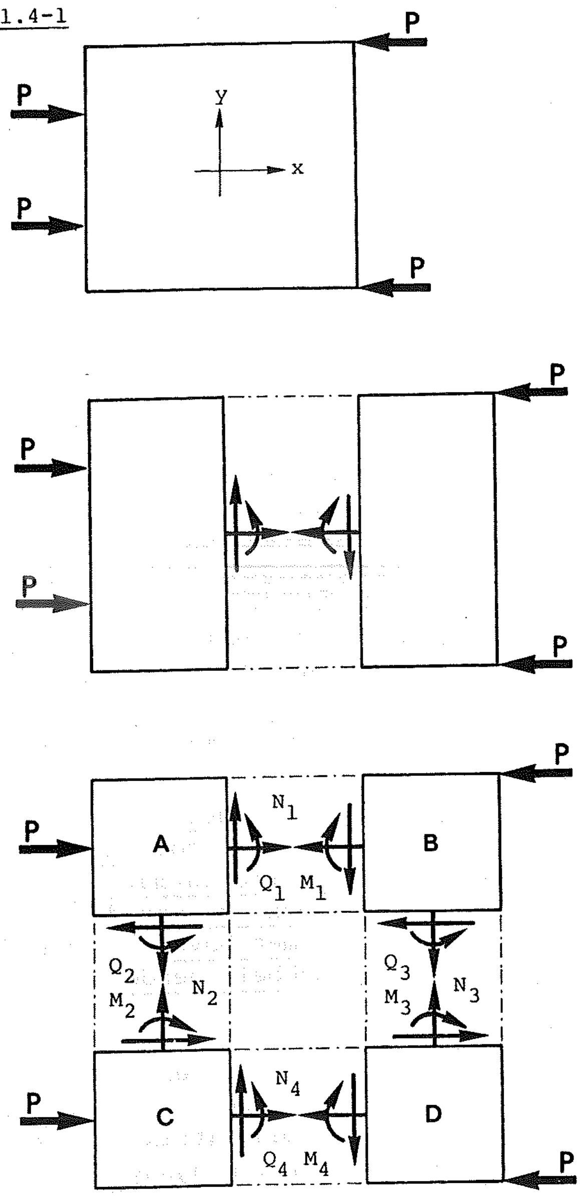
Et sæt statisk uafhængige snitkræfter er et sæt snitkræfter, af hvis statiske ligevægtsbetingelser, der kan dannes et ligningssystem, hvis koefficientmatrix har en determinant, der er forskellig fra nul.

Figur 1.4-1

a.

b.

c.



Opdelingen har statisk uafhængige snitkræfter

Opdelingen har $N = 4$ og $R = 12$.

Hver skivefelt har statisk uafhængige snitkræfter.

Skivekonstruktionen sammensat af de 4 skivefelter har imidlertid ikke statisk uafhængige snitkræfter.

Bevis: Ligevægtsbetingelserne i x-retningen for de 4 skivefelter er:

Skivefelt A : $N_1 - Q_2 = -P$

Skivefelt B : $-N_1 - Q_3 = P$

Skivefelt C : $N_4 + Q_2 = -P$

Skivefelt D : $-N_4 + Q_3 = P$

Disse er ikke indbyrdes uafhængige, idet en addition af A's og B's ligning giver

$$-Q_2 - Q_3 = 0$$

og en addition af C's og B's ligning giver

$$Q_2 + Q_3 = 0$$

De to nye ligninger er ens, og koefficientmatricens determinant er derfor lig nul.

For et skivefelt kræves altså, at sættet indeholder mindst 3 snitkræfter, og for en skivekonstruktion med N skivefelter mindst 3 N snitkræfter.

Det skal her fremhæves, at de statisk uafhængige snitkræfter nøje er forbundet til den konstruktion, hvori de er snitkræfter, i modsætning til andre rumlige kraftsystemer, der kan være uafhængige af hvilken konstruktion, de virker på.

Eftersom 3 N x 3 N matrix med rangen 3 N ikke kan have underdeterminanter med værdien nul fås følgende:

Sætning 1.4-4:

En nødvendig betingelse for at en skivekonstruktions snitkræfter er statisk uafhængige er, at snitkræfterne til enkelte skivefelter er statisk uafhængige.

Denne sætning, der lidt overflødigt er medtaget i sætning 1.4-2, kan være en hjælp ved undersøgelse af, om et sæt snitkræfter i en skivekonstruktion er statisk uafhængige. At det ikke er en tilstrækkelig betingelse, fremgår af eksemplet, der er vist på figur 1.4-1.

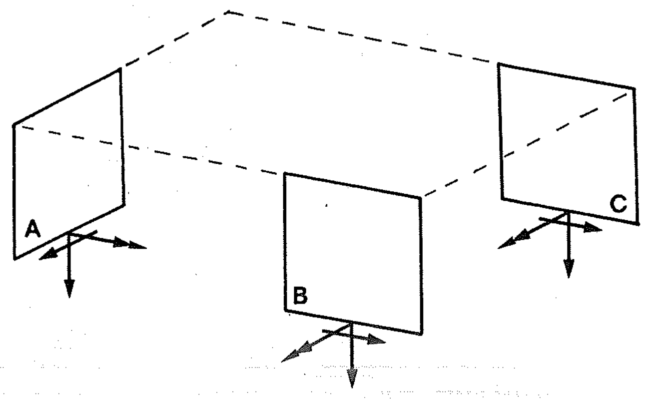
Begrebet statisk uafhængige snitkræfter i den her givne definition findes, så vidt det er forfatteren bekendt, ikke andre steder i den danske litteratur, der omhandler statiske problemer. Derimod er problematikken omtalt flere steder for andre statiske systemer, f.eks. stangsystemer, men betegnelsen statisk uafhængige snitkræfter er ikke anvendt, idet de pågældende snitkraftssæt ikke er blevet forsynet med specialbetegnelse.

De statisk uafhængige snitkræfter skal ikke forveksles med begrebet lineært uafhængige (kraft-)vektorer.

I det tre-dimensionale rum kan højst tre vektorer være lineært uafhængige, idet ingen af de tre skal kunne udtrykkes ved linearkombinationer af de to andre.

Betegnelsen "uafhængige snitkræfter" hidrører fra, at ligevægtsligningerne skal danne et lineært uafhængigt ligningssystem for at kunne løses entydigt i det statisk bestemte tilfælde.

Figur 1.4-2



Som det vises senere i eksempel 1.5-3, er den på figur 1.3-2.a viste skivekonstruktion statisk bestemt i den på figur 1.3-2.b viste opdeling.

I henhold til sætning 1.4-6 kan et skivefelt med tre uafhængige snitkræfter fjernes, uden at det ændrer den statiske bestemthed i den resterende del af konstruktionen. Dækskiven D opfylder denne betingelse, og hvis den fjernes, vil de tre vægskiver A, B og C stå tilbage, som vist på ovenstående figur.

Disse kan strengt taget ikke betragtes som én konstruktion, men de vil hver for sig kunne optage belastninger, der virker i deres planer, og snitkræfterne vil være statisk bestemte. Ud fra de i dette kapitel anvendte definitioner vil en fristående væg i teorien altså også være at betragte som en skivekonstruktion.

Det har ikke været muligt at finde frem til en enkel fremgangsmåde, hvormed det fastslås, om et sæt snitkræfter er statisk uafhængige. Kun for de enkelte skivefelter er det forholdsvis enkelt, idet der kun findes få variationer på snitkraftkombinationer (jfr. figur 1.1-3).

Generelt kan det kun anbefales at undersøge, om sætning 1.4-4 er opfyldt, og hvis det er tilfældet, samtidig med at $R = 3\,N$, søges snitkræfterne beregnet. Kan de beregnes, er de statisk uafhængige, ellers ikke. Eventuelt kan koefficientmatricens determinant beregnes. Hvis den er forskellig fra nul, er snitkræfterne statisk uafhængige, ellers ikke. I kapitel 1.9 er dog omtalt en metode, som også kan bruges ved undersøgelse af, om snitkræfterne er statisk uafhængige.

I næste kapitel 1.5 gennemgås eksempler på, hvordan en given skivekonstruktion vurderes for statisk bestemthed, men inden da skal der omtales nogle regler, som kan uddrages af reglen til fastlæggelse af statisk bestemthed (sætning 1.4-2). Det drejer sig om følgende:

Sætning 1.4-5:

Bevarelse af statisk bestemthed ved opdeling

Deles i en skivekonstruktion et skivefelt i to nye, vil den statiske bestemthed være uændret, hvis der ved delingen kun dannes tre nye snitkræfter.

Beviset for dette er, at N øges med 1 og R med 3, d.v.s. at $R = 3\,N$ fortsat gælder.

Under projekteringen af en skivebygning kan det forekomme, at der ønskes tilføjet eller fjernet et skivefelt (f.eks. et eller flere vægelementer) et sted i konstruktionen, og i den forbindelse gælder der:

Sætning 1.4-6:

Tilføjelse eller fjernelse af skivefelter

Et skivefelt med tre ubekendte og indbyrdes uafhængige snitkræfter kan altid tilføjes eller fjernes i en statisk bestemt skivekonstruktion, uden at dette ændrer den statiske bestemthed i den resterende del af konstruktionen (se figur 1.4-2).

Beviset er igen, at der til N enten føjes eller fratrækkes 1, mens R tilsvarende øges eller formindskes med 3. $R = 3\,N$ gælder således hele tiden.

Af denne sætning kan udledes endnu en fremgangsmåde til fastlæggelse af, om et sæt snitkræfter i en skivekonstruktion er statisk bestemte. Fjernes alle skivefelter med netop tre statisk uafhængige snitkræfter fra skivekonstruktionen, vil den resterende konstruktion være enklere at undersøge, idet der vil være færre skivefelter. Er dennes snitkræfter statisk uafhængige, vil dette også være tilfældet for snitkræfterne i den oprindelige skivekonstruktion.

Ud fra definitionen af skivefelter, som enkeltsammenhængende plane områder, kan der sluttes, at der må være et minimalt antal skivefelter, som en skivekonstruktion kan opdeles i (f.eks. den første opdeling i figur 1.3-2). Af sætningerne 1.4-5 og 1.4-6 fås derfor:

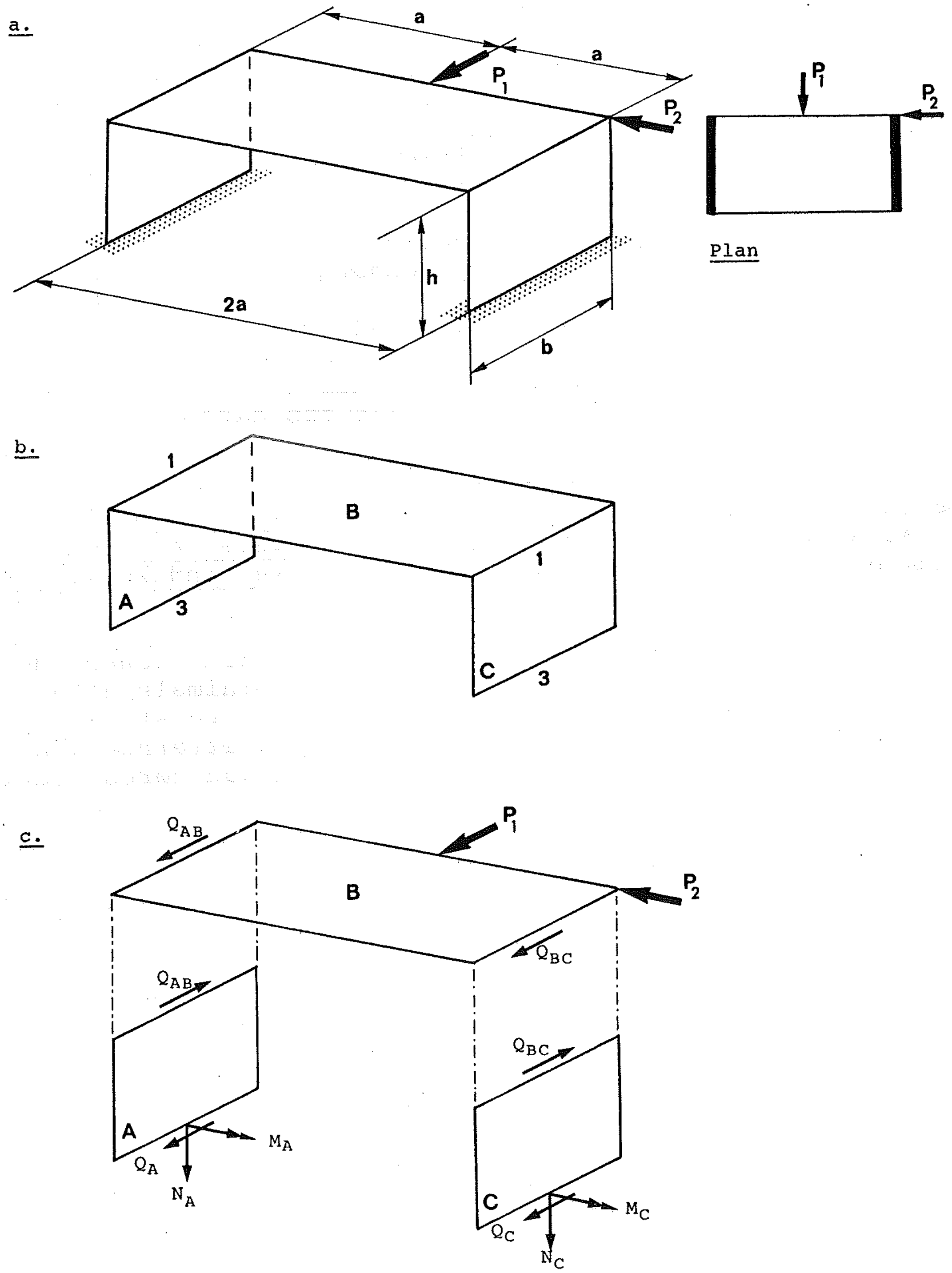
Sætning 1.4-7:

Opdeling med minimal grad af statisk bestemthed

Er en skivekonstruktion opdelt i det minimale antal skivefelter, vil en yderligere opdeling ikke mindske graden af statisk bestemthed.

D.v.s., at skivekonstruktionen, der ved opdelingen med det minimale antal skivefelter viser sig at være statisk ubestemt med hensyn til snitkræfterne, ikke ved yderligere opdeling kan gøres statisk bestemt.

Figur 1.5-1


a.
a
a
P1
P2
h
2a
b
P1
P2
Plan
b.
1
B
1
A
3
C
3
c.
Q_{AB}
P_1
B
P_2
Q_{BC}
Q_{AB}
Q_{BC}
A
M_A
Q_A
N_A
C
M_C
Q_C
N_C

1.5 Undersøgelse af en skivekonstruktions statiske bestemthed og beregning af snitkræfter

Ved hjælp af de regler, der blev opstillet i forrige kapitel, skal der i dette kapitel vises eksempler på, hvordan det kan fastlægges, om en given skivekonstruktion er statisk bestemt eller ej. Det primære formål med undersøgelsen er naturligvis at få optalt antallet af skivefelter (N) og antallet af uafhængige snitkræfter (R), og derefter at undersøge om 3 N = R (sætning 1.4-2).

Fremgangsmåde til fastlæggelse af statisk bestemthed

En nærliggende fremgangsmåde er følgende:

1) Opdel skivekonstruktionen i det minimale antal skivefelter.
2) Angiv med tal ved samlingerne antallet af mulige snitkræfter langs de enkelte samlinger.
3) Optæl antalles af skivefelter (N) og antallet af snitkræfter (R) i hele skivekonstruktionen.
4) Undersøg om 3 N = R.
5) Undersøg om alle skivefelter har mindst tre snitkræfter, som er statisk uafhængige.
6) Undersøg om skivekonstruktionens snitkræfter er statisk uafhængige.
7) Hvis 4), 5) og 6) er opfyldt, er skivekonstruktionen statisk bestemt.

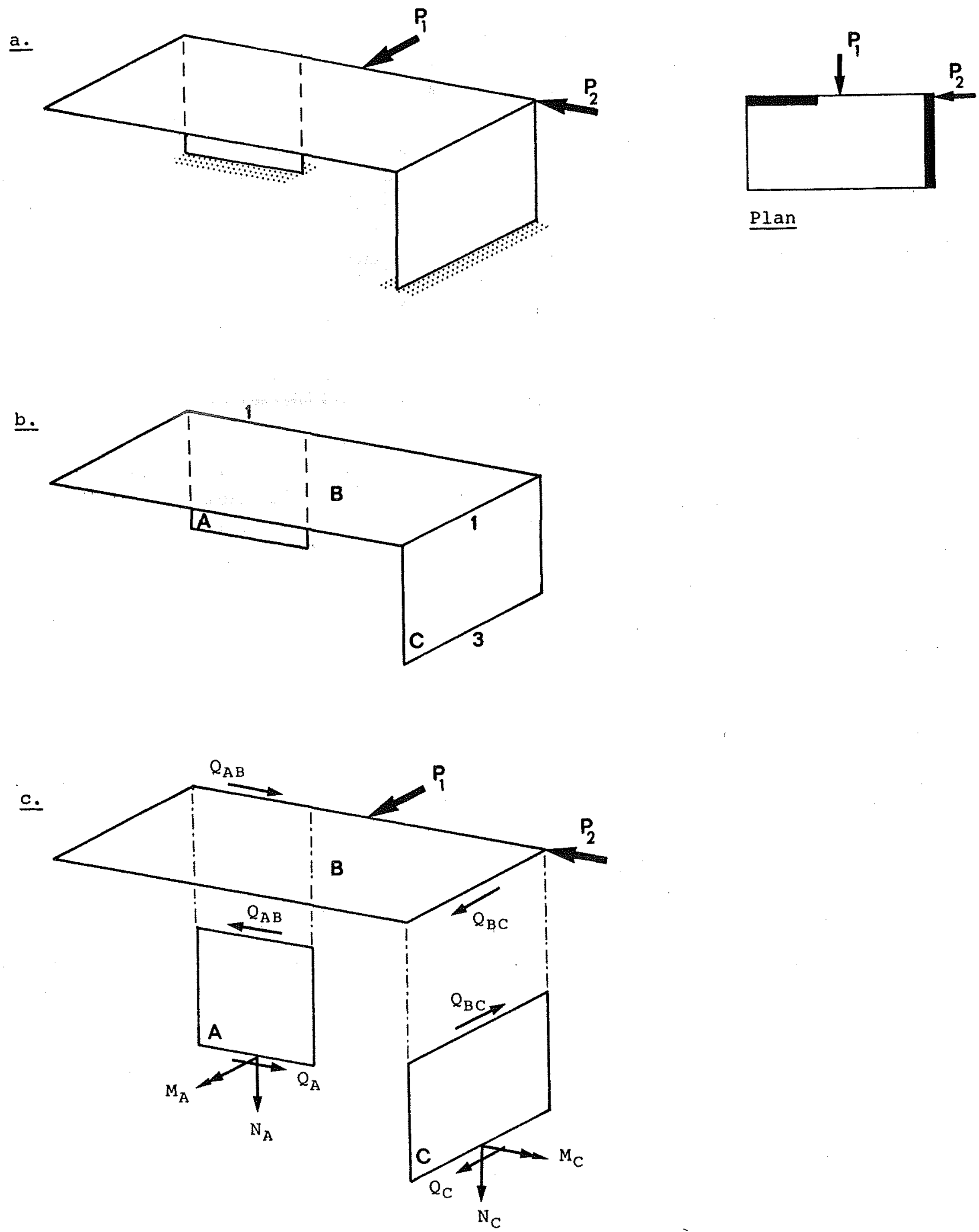
Eksempel 1.5-1.

To parallelle vægskiver

På figur 1.5-1.a er vist en skivekonstruktion bestående af en dækskive, der er understøttet af to parallelle vægskiver. Det skal undersøges, om konstruktionen er statisk bestemt, hvorefter snitkræfterne langs vægskivernes understøtninger ønskes bestemt for de to belastninger P_1 og P_2.

Først opdeles i det minimale antal skivefelter (A, B og C), som vist på figur 1.5-1.b, svarende til dækskiven og de to vægskiver. Langs samlingerne mellem vægskiver og dækskiven vil der i hver samling kun være én snitkraft mulig, da skivefelterne ikke ligger i samme plan (sætning 1.3-2). Langs samlingerne mellem vægskiver og fundament vil der i hver samling være tre mulige snitkræfter (jfr. sætning 1.3-1).

Figur 1.5-2


a.
P1
P2
P1
P2
Plan
b.
1
B
A
1
C
3
c.
QAB
P1
P2
B
QAB
QBC
QBC
A
MA
QA
NA
C
MC
QC
NC

En optælling giver N = 3 og
$R = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 8$. D.v.s., $3N > R$.
Skivekonstruktionen er således statisk overbestemt, og kan generelt ikke overføre vilkårlige kræfter, der angriber i en af skiveplanerne ved skivekræfter alene. Da skivefelt B kun har to snitkræfter, ses desuden, at det andet krav i sætning 1.4-2 om mindst tre snitkræfter pr. skivefelt heller ikke er opfyldt.

Kraften P_1 kan dog optages ved skivekræfter, idet den i dette specielle tilfælde (jfr. figur 1.1-5) kan overføres af skivefelt B's to snitkræfter.

Der gælder

$$Q_{AB} = Q_{BC} = -\frac{1}{2} P_1$$

$$Q_A = Q_{AB} = -\frac{1}{2} P_1$$

$$M_A = M_C = h\, Q_{AB} = -\frac{1}{2} P_1\, h$$

Derimod kan kraften P_2 ikke overføres af skivefelt B, idet dette mangler snitkræfter i P_2's retning.

Eksempel 1.5-2.

To ikke-parallelle vægskiver

Flyttes vægskiven A, som vist på figur 1.5-2.a, om som længdevæg, vil konstruktionen stadig være statisk overbestemt, da antallet af skivefelter og snitkræfter er det samme som i forrige eksempel.

I dette tilfælde vil kraften P_2 dog kunne optages af konstruktionen, idet den føres direkte ned af vægskive A, hvorimod kraften P_1 ikke kan optages.

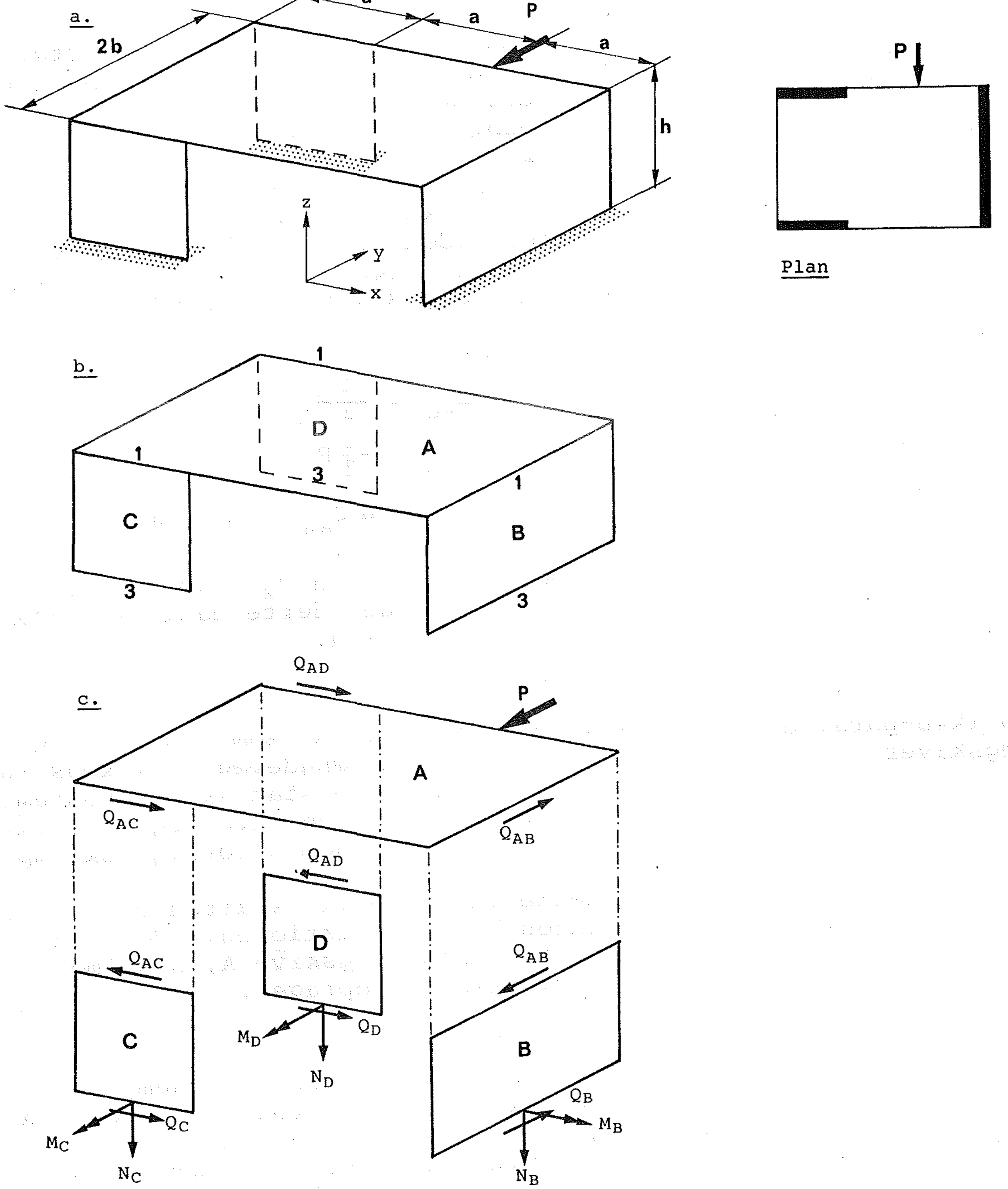
Som det fremgår af disse to eksempler skal en dækskive understøttes på mere end to vægskiver for at kunne indgå i en statisk bestemt eller ubestemt skivekonstruktion (sætning 1.3-2). Dækskiven skal jo også have mindst tre snitkræfter, så mindre end tre vægskiver kan selvfølgelig ikke give en statisk bestemt skivekonstruktion. Eksempler på sådanne skivekonstruktioner undersøges derfor nu.

Eksempel 1.5-3.

To parallelle + en tværgående vægskive

På figur 1.5-3.a er vist en skivekonstruktion bestående af en dækskive, der er understøttet af tre vægskiver. Det skal

Figur 1.5-3



d. Ligevægtsligningerne:

$$
\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
a & 0 & 2b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
h & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
Q_{AB} \\ Q_{AC} \\ Q_{AD} \\ N_B \\ Q_B \\ M_B \\ N_C \\ Q_C \\ M_C \\ N_D \\ Q_D \\ M_D
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
P \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0
\end{bmatrix}
$$

Determinantværdi $= -2b \neq 0$

undersøges, om konstruktionen er statisk bestemt. I bekræftende fald ønskes snitkræfterne langs vægskivernes understøtninger bestemt for den angivne belastning P, der angriber i dækskivens plan.

Den minimale opdeling i skivefelter (A, B, C og D) er vist på figur 1.5-3.b, og svarer til de tre vægskiver og dækskiven.

En optælling giver N = 4 og
$R = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 12$. D.v.s., $3N = R$.

Da alle skivefelter desuden har mindst tre indbyrdes uafhængige snitkræfter, er konstruktionen statisk bestemt. De betragtede snitkræfter vil således kunne bestemmes udelukkende ved hjælp af de statiske ligevægtsbetingelser.

Snitkræfterne svarende til belastningen P bestemmes ved at starte med skivefelt A, der kun har tre ubekendte snitkræfter. Når disse er bestemt, vil de tre vægskivefelter kun have tre ubekendte snitkræfter tilbage, som så bestemmes.

Beregningsgangen er som følger, idet $\Sigma P_x = 0$ angiver kraftligevægt i x-retningen og $\Sigma M_z = 0$ momentligevægt om z-aksen.

<u>Skivefelt A:</u>

$$\Sigma P_y = 0 \Rightarrow Q_{AB} = P$$

$$\Sigma M_z = 0 \Rightarrow Q_{AC} = -\frac{P\,a}{2\,b}$$

$$\Sigma P_x = 0 \Rightarrow Q_{AD} = -Q_{AC} = \frac{P\,a}{2\,b}$$

<u>Skivefelt B:</u>

$$\Sigma P_y = 0 \Rightarrow Q_B = Q_{AB} = \underline{\underline{P}}$$

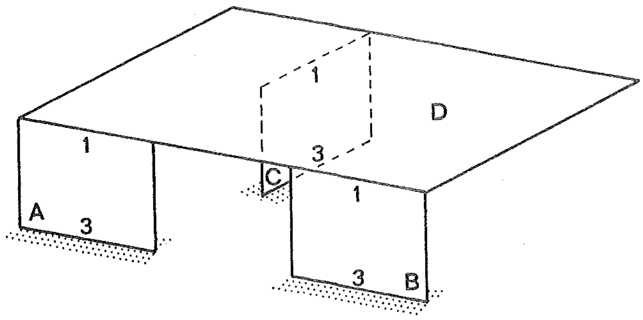
$$\Sigma P_z = 0 \Rightarrow N_B = \underline{\underline{0}}$$

$$\Sigma M_x = 0 \Rightarrow M_B = -Q_{AB}\,h = \underline{\underline{-P\,h}}$$

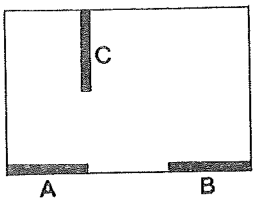
På figur 1.5-3.d er som eksempel opskrevet ligningssystemet, hvor snitkræfterne er ubekendte. Koefficientmatricens determinant ses at være forskellig fra nul.

Det fremgår af eksempel 1.5-3, at det er muligt at opbygge en statisk bestemt skive-

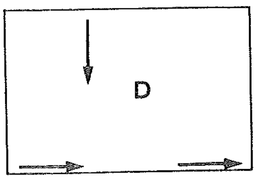
Figur 1.5-4



Plan

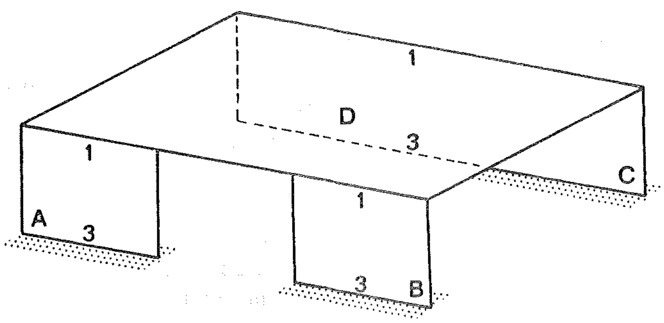


Skivefelt D

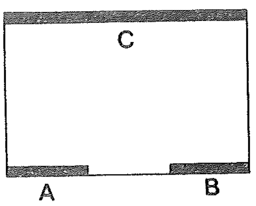


R = 3 N , men statisk overbestemt

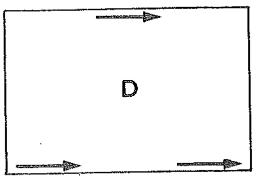
Figur 1.5-5



Plan

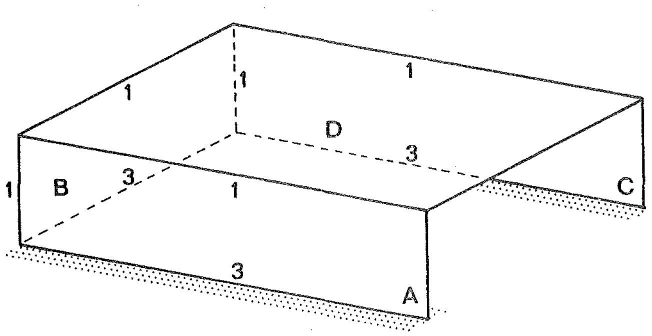


Skivefelt D

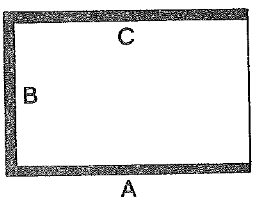


R = 3 N , men statisk overbestemt

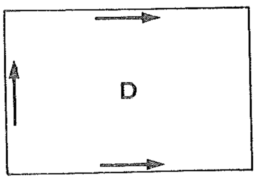
Figur 1.5-6



Plan



Skivefelt D



N = 4 R = 14 d.v.s. R > 3 N

En skivekonstruktion bestående af en dækskive understøttet af tre vægskiver, hvorimellem der kan overføres forskydningskræfter, er statisk ubestemt.

konstruktion bestående af en dækskive understøttet af tre vægskiver. Som det vil fremgå af det næste eksempel, er der visse krav, som vægskivernes indbyrdes placering skal opfylde, for at skivekonstruktionen er statisk bestemt.

Eksempel 1.5-4:

Dækskivens snitkræfter går gennem samme punkt

På figur 1.5-4.a er vist en skivekonstruktion, hvor tre vægskiver understøtter en dækskive. Vægskiverne er placeret således, at snitkræfter mellem dækskive og vægskiver går igennem samme punkt (figur 1.5-4.c).

Som i eksempel 1.5-3 er R = 3 N, og alle skivefelter har mindst tre snitkræfter, men da dækskivens tre snitkræfter går igennem samme punkt, er de ikke statisk uafhængige. Skivekonstruktionen er derfor ikke statisk bestemt, men statisk overbestemt.

Et tilsvarende forhold gør sig gældende for skivekonstruktionen på figur 1.5-5.a. Her er dækskivens snitkræfter parallelle, og derfor heller ikke statisk uafhængige. Skivekonstruktionen er altså heller ikke statisk bestemt, men statisk overbestemt.

I lighed med skivekonstruktionerne i eksemplerne 1.5-1 og 1.5-2 kan de i dette eksempel behandlede skivekonstruktioner optage visse belastninger. Det drejer sig om kræfter, der virker i vægskivernes planer. Som tidligere omtalt kan der i en statisk overbestemt skivekonstruktion indgå dele, der i sig selv udgør en statisk bestemt konstruktion (se også figur 1.4-2).

Af ovenstående, som omhandler en-etages skivekonstruktioner, kan sluttes:

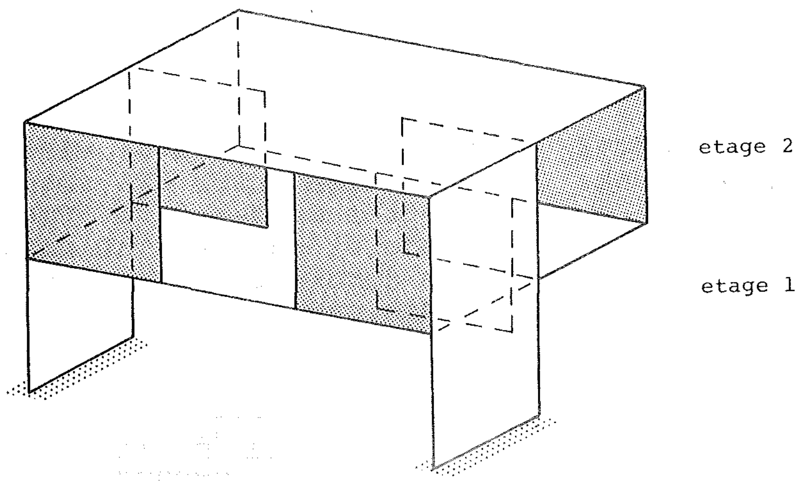
Sætning 1.5-1:

En en-etages skivekonstruktion er statisk bestemt eller ubestemt, hvis dækskiven er understøttet af tre vægskiver, der ikke alle er parallelle, og hvis planer ikke alle går igennem samme punkt.

Hvis R = 3 N er konstruktionen statisk bestemt, medens den er statisk ubestemt for R > 3 N (se figur 1.5-6).

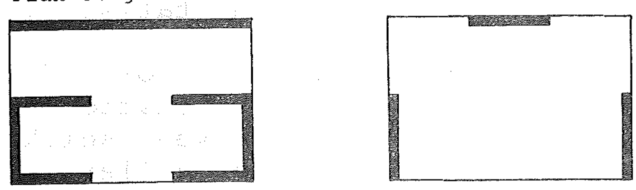
Figur 1.5-7

a.

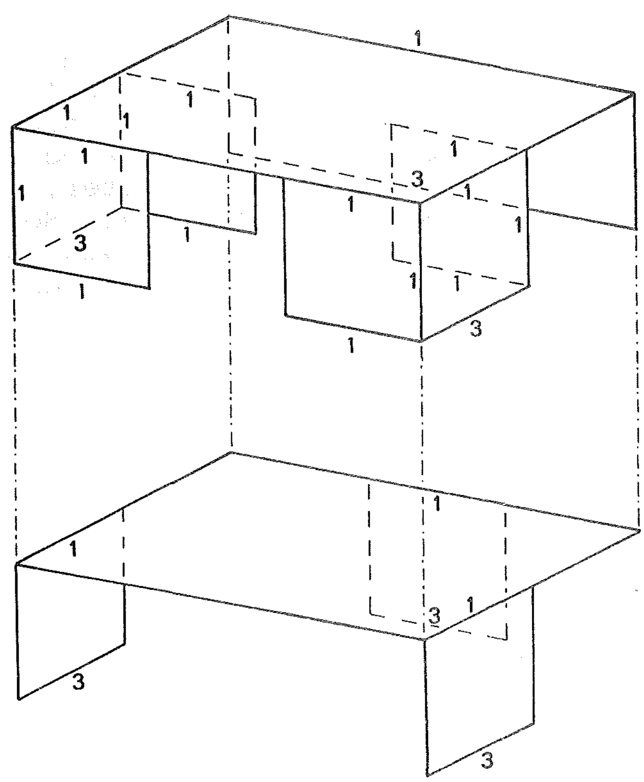


Plan etage 2

Plan etage 1



b.



opdeling i
to en-etages
skivekonstruk-
tioner

Dette fører umiddelbart til den generelle regel:

Sætning 1.5-2:

For at en skivekonstruktion, der udelukkende er opbygget af væg- og dækskiver, skal kunne optage en vilkårlig belastning, kræves det, at dækskiven (dækskiverne) i hver etage er understøttet af mindst tre vægskiver, der ikke alle er parallelle, og hvis planer ikke alle går igennem samme punkt. Desuden skal disse vægskiver hver have mindst 4 mulige snitkræfter.

I almindelige præfabrikerede husbygningskonstruktioner, hvis vægskiver enten er parallelle med eller vinkelrette på bygningens længderetning, betyder det, at der pr. etage skal være mindst én længdeafstivende væg og mindst én tværafstivende væg, og desuden mindst én væg, hvis plan ikke går igennem disse to vægges skæringslinie.

Medens det for en-etages skivekonstruktioner var relativt overskueligt at foretage optællingen af skivefelter og snitkræfter, kan det for fleretages skivebygninger ofte være vanskeligt uden videre at foretage denne optælling. Det kan derfor være nødvendigt at gå lidt mere systematisk til værks, hvilket der i det følgende skal vises et par eksempler på.

Eksempel 1.5-5:

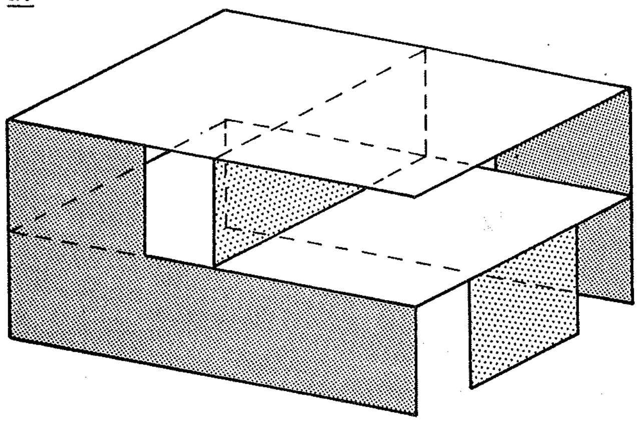
Opdeling i en-etages konstruktioner

Skivekonstruktionen på figur 1.5-7.a skal undersøges for statisk bestemthed. Konstruktionen deles i første omgang i to en-etages skivekonstruktioner, som vist på figur 1.5-7.b og c. Etage 2's understøtningssnitkræfter vil virke som belastning på etage 1. Hvis etage 2 er statisk bestemt, vil understøtningssnitkræfterne være statisk bestemte, og som ubekendte snitkræfter i etage 1, bliver der så kun de på figur 1.5-7.c angivne. Hvis etage 1 også er statisk bestemt, vil hele konstruktionen være statisk bestemt.

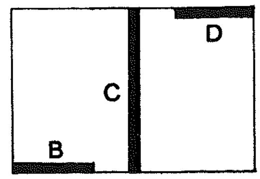
De enkelte etagers statiske bestemthed undersøges, som det skete i eksemplerne 1.5-1 til 1.5-4.

Figur 1.5-8

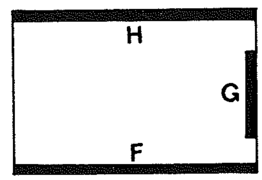
a.



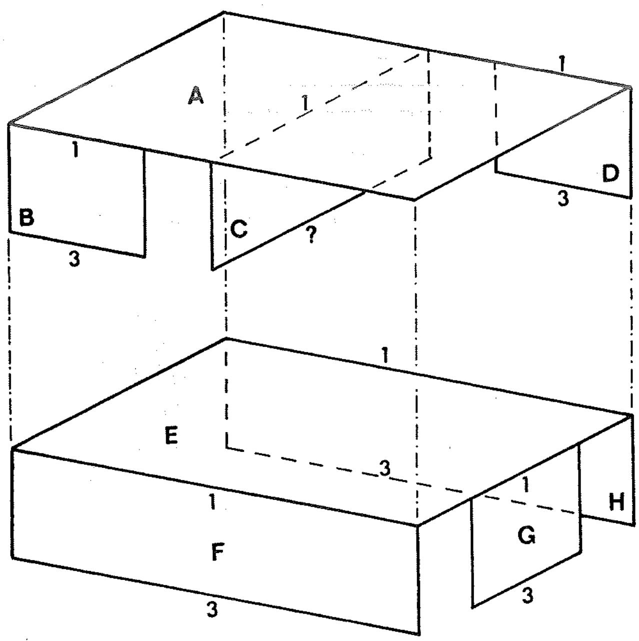
Plan etage 2



Plan etage 1

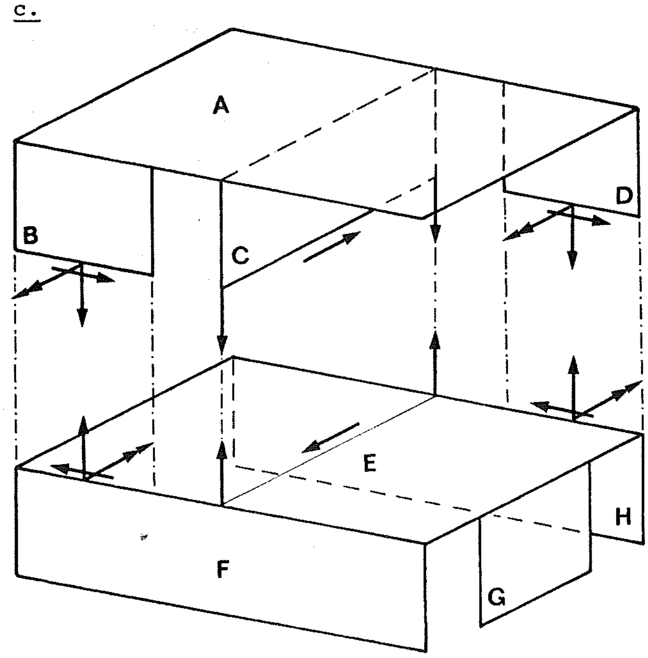


b.



Opdeling i
to en-etages
skivekonstruktioner

c.



Mulige snitkræfter
mellem de to
en-etages skive-
konstruktioner

For etage 2 gælder N = 8 og
R = 3·3 + 15·1 = 24. D.v.s., 3 N = R.

For etage 1 gælder N = 4 og
R = 3·3 + 3·1 = 12. D.v.s., 3 N = R.

Da snitkræfterne er statisk uafhængige, og da alle skivefelter har mindst tre snitkræfter er skivekonstruktionen statisk bestemt.

Her kunne fremgangsmåden, der er omtalt efter sætning 1.4-4 også være anvendt, idet skivefelterne E, G, H og I har netop 3 uafhængige snitkræfter. Fjernes disse skivefelter, vil der restere to en-etages skivekonstruktioner, der i henhold til sætning 1.5-1 er statisk bestemte. Hele konstruktionen vil derfor være statisk bestemt. Yderligere kunne skivefelt D derefter fjernes, og der ville så restere en statisk bestemt en-etages skivekonstruktion.

<u>Eksempel 1.5-6:</u>

Et andet eksempel, hvor metoden med opdeling i to en-etages skivekonstruktioner anvendes, er vist på figur 1.5-8.a og b. Problemet er her, om der er 1 eller 3 snitkræfter langs skivefelt C's nederste rand. Det giver sig umiddelbart, at der i hvert fald er 1, nemlig forskydningskraften Q_{CE} mellem skivefelterne C og E. I henhold til figur 1.3-1.c og sætning 1.3-2 kan der imidlertid også overføres kræfter mellem skivefelterne C og henholdsvis F og H, hvorfor skivefelt C vil have 3 snitkræfter langs den nederste rand (se figur 1.5-8.c). Skivekonstruktionen på figur 1.5-8.a ses derefter at være statisk bestemt, da den kan opbygges af to statisk bestemte en-etages skivekonstruktioner.

Denne koncentrerede kraftoverførsel kan umiddelbart synes kun at være teoretisk mulig, da skivefelterne kun er samlet i ét punkt. I den virkelige konstruktion vil samlingen imidlertid have en vis udstrækning, idet skiverne jo ikke er uendelig tynde, og skiverne desuden lokalt kan forstærkes i fornødent omfang, hvorfor muligheden ikke er så utopisk endda.

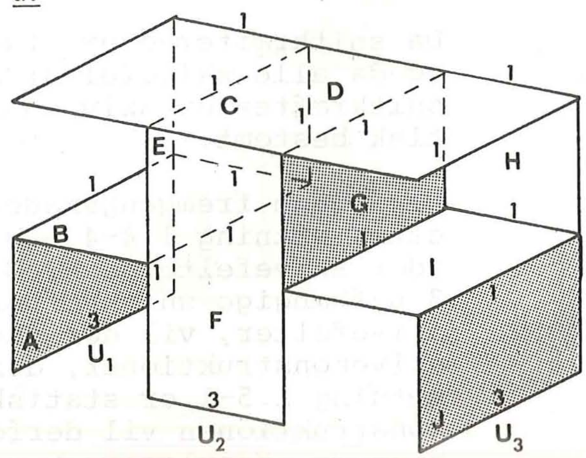
<u>Eksempel 1.5-7:</u>

Systematisk optælling

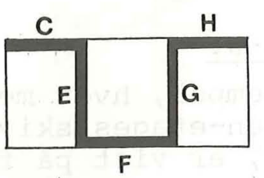
For den på figur 1.5-9.a viste skivekonstruktion skal der vises en anden frem-

Figur 1.5-9

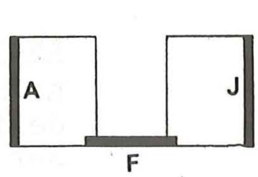
a.



Plan etage 2



Plan etage 1



b.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	U_1	U_2	U_3	Σ_1	Σ_2
A		1									3			4	4
B	1		1		1	1								4	3
C		1		1	1									3	2
D			1		1	1	1	1						5	4
E		1	1	1		1								4	1
F		1		1	1		1		1			3		8	5
G				1		1		1	1					4	2
H				1			1		1					3	1
I						1	1	1		1				4	1
J									1				3	4	3
U_1	3													3	26 = R
U_2						3								3	
U_3										3				3	
														52 = 2 R	

gangsmåde, hvor skivefelterne undersøges efter tur. Der udarbejdes et skema, som vist på figur 1.5-9.b med lige så mange lodrette og vandrette rubrikker, som der er skivefelter + understøtningslinier. Skivefelterne er betegnet A, B, C ...., I, J og understøtningslinierne U_1, U_2 og U_3.

Ved udfyldningen af skemaet startes med skivefelt A i øverste vandrette kolonne, og det undersøges, hvor mange mulige snitkræfter, skivefeltet har fælles med skivefelterne B, C, D, o.s.v., og disse tal noteres efterhånden i skemaet under de respektive skivefelter. I dette tilfælde er der 1 fælles med B og 3 fælles med U_1.

På denne måde fortsættes med skivefelt B, C, D o.s.v., indtil der sluttes med U_3.

I dette eksempel optræder der også koncentrerede snitkræfter, som tilfældet var i forrige eksempel, nemlig mellem skivefelterne F og B henholdsvis I.

Summeres der vandret over alle tallene (Σ_1 i skemaet) fås antallet af snitkræfter for de enkelte skivefelter. Summeres der vandret over tallene til højre for diagonalen (Σ_2 i skemaet), og lægges disse tal sammen, fås det samlede antal ubekendte snitkræfter i skivekonstruktionen (R).

Det kan så nemt undersøges, om alle skivefelter har mindst tre snitkræfter, idet tallene i rubrikken Σ_1 skal være større end eller lig 3. Da R er beregnet i skemaet, kan det nemt undersøges om $3\,N = R$.

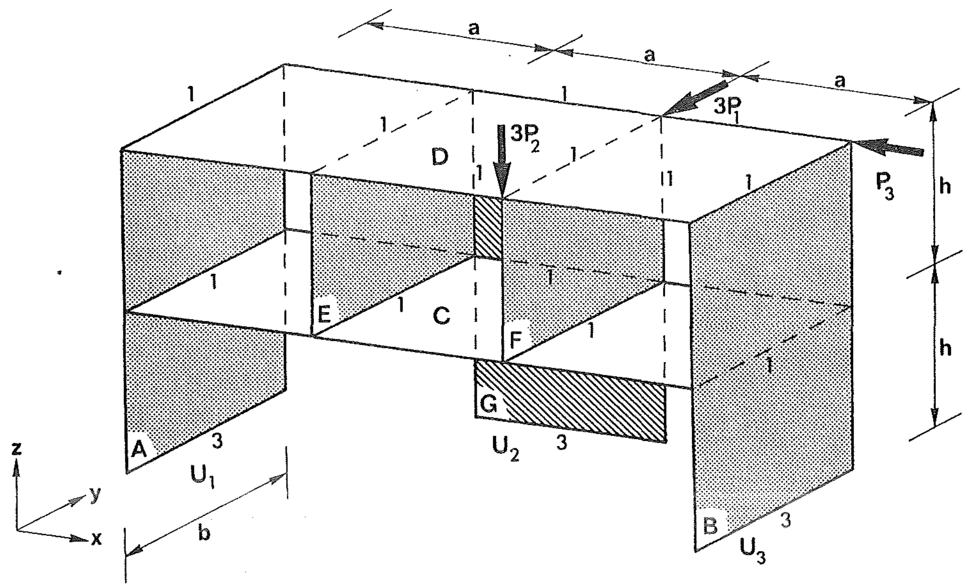
Endelig kan optællingen kontrolleres ved, at skemaet skal være udfyldt symmetrisk om diagonaler.

Endvidere skal summen af tallene i Σ_1-rubrikken være lig det dobbelte af summen af Σ_2-rubrikken på grund af symmetrien.

I dette tilfælde er ingen tal i Σ_1 mindre ned 3. $R = 26$ og $N = 10$; d.v.s. $3\,N > R$. Skivekonstruktionen er statisk overbestemt.

Figur 1.5-10

a.

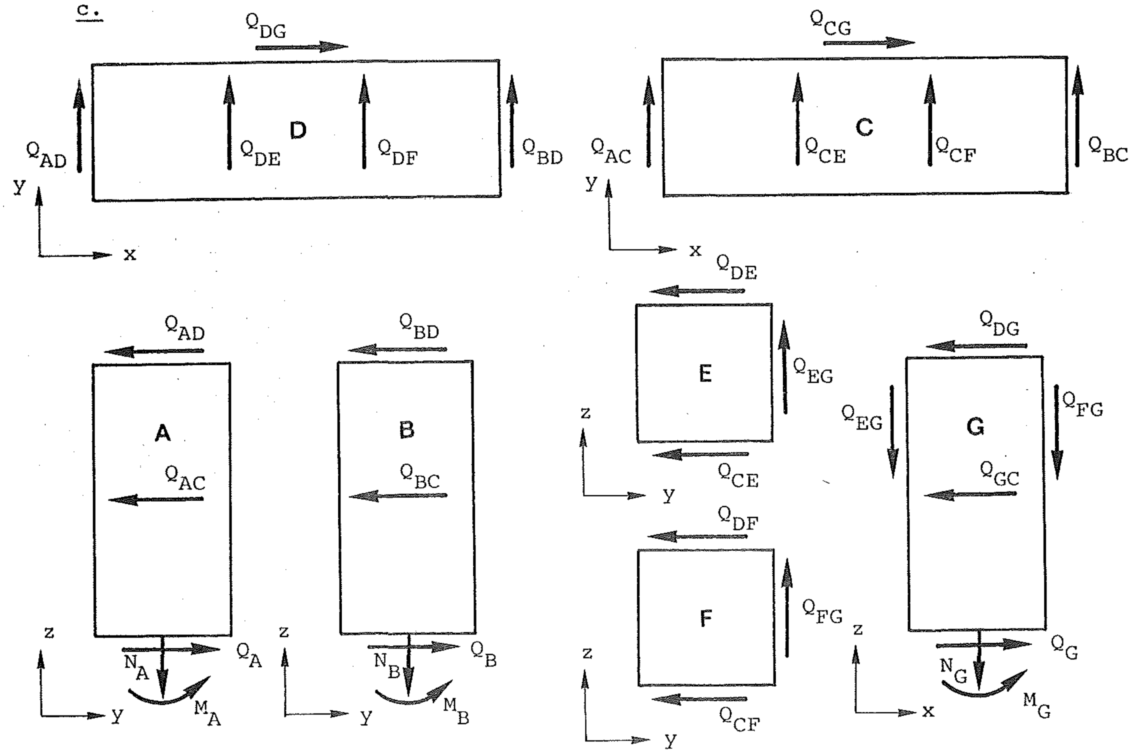


b.

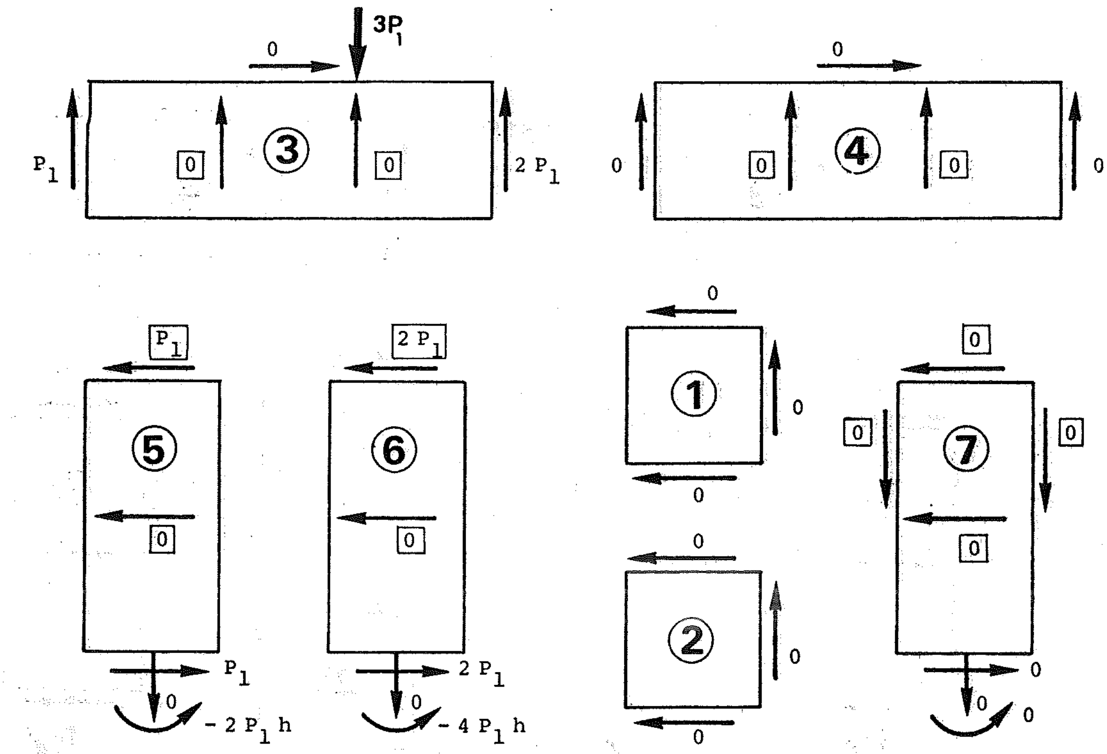
	A	B	C	D	E	F	G	U_1	U_2	U_3	Σ_1	Σ_2
A			1	1				3			5	5
B			1	1						3	5	5
C	1	1			1	1	1				5	5
D	1	1			1	1	1				5	3
E			1	1			1				3	1
F			1	1			1				3	1
G			1	1	1	1			3		7	3
												21 = R
U_1	3										3	
U_2							3				3	
U_3		3									3	
											42 = 2 R	

N = 7 ⇒ R = 3 N

c.

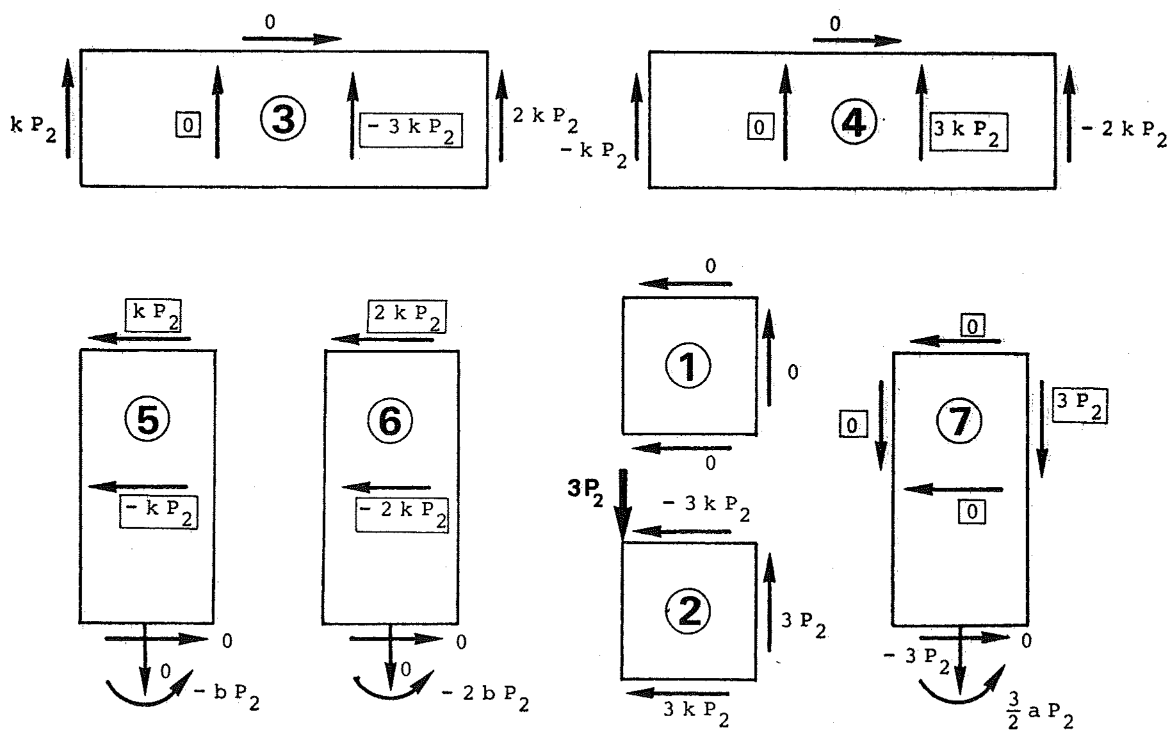


Figur 1.5-10.d

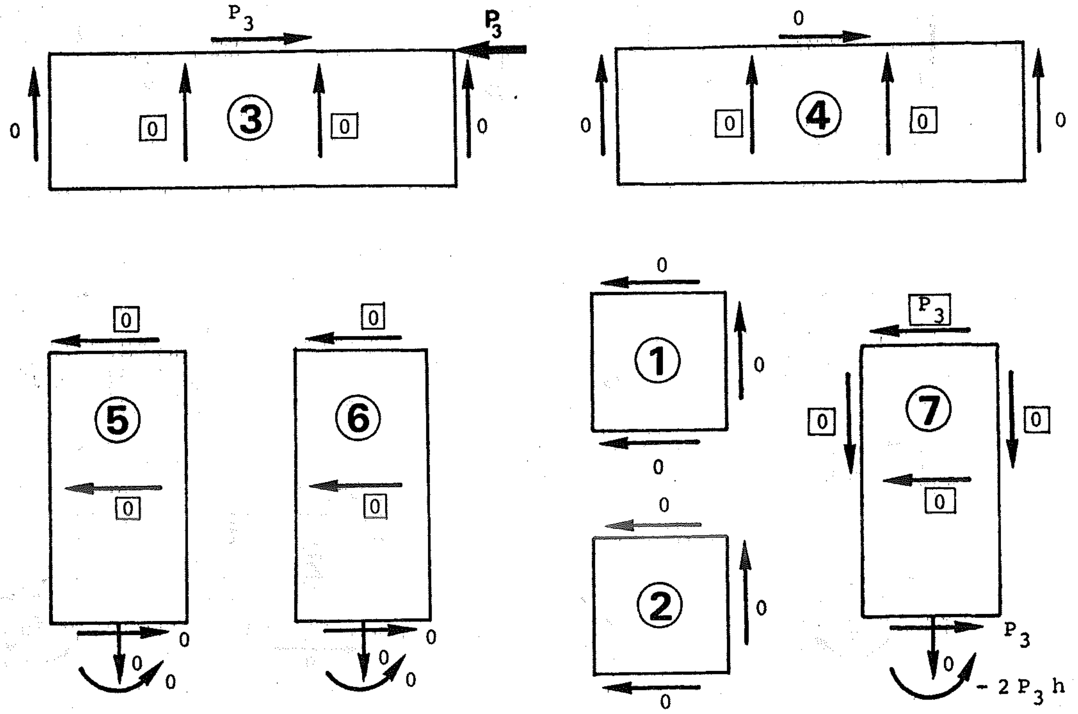


Figur 1.5-10.e

$k = \frac{h}{b}$



Figur 1.5-10.f



Beregning af snitkræfter

Eksempel 1.5-8:

I dette eksempel behandles beregningen af snitkræfterne i en to-etages skivekonstruktion. Skivekonstruktionen er vist på figur 1.5-10.a, og optællingen i skemaet på figur 1.5-10.b viser, at skivekonstruktionen er statisk bestemt.

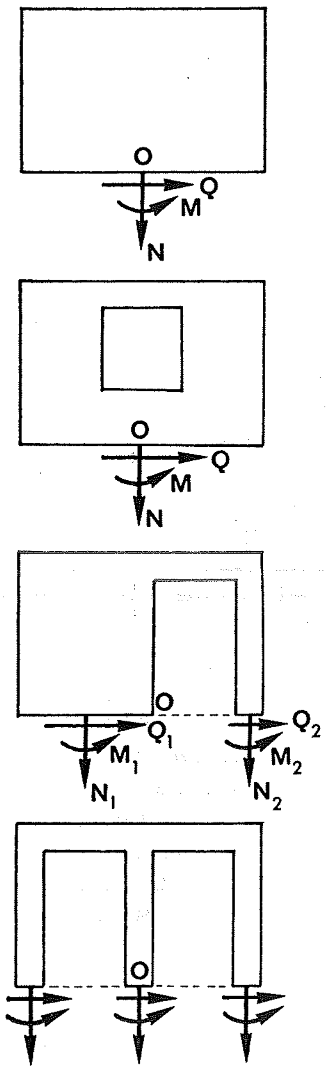
Ved den anvendte opdeling ønskes snitkræfterne mellem skivefelterne beregnet for de tre belastninger $3P_1$, $3P_2$ og P_3.

Til brug for beregningen kan skivefelterne tegnes som vist på figur 1.5-10.c, hvor der for de enkelte skivefelter er vist snitkræfterne. Snitkræfterne er angivet med to bogstaver som index, hvor de to bogstaver repræsenterer de to skivefelter, som snitkraften er fælles for. Reaktionssnitkræfterne har dog kun et bogstav som index.

Snitkræfterne bestemmes successivt ved at starte med et skivefelt, der kun har tre ubekendte. Rækkefølgen er på figur 1.5-10.d, e og f angivet ved indcirklede tal. De indrammede værdier for snitkræfterne angiver de snitkræfter, hvis værdi kendes på det tidspunkt det pågældende skivefelts snitkræfter skal beregnes.

I de tilfælde, hvor snitkræfterne til skivefelt E og F er lig nul, kan disse to skivefelter fjernes fra skivekonstruktionen, uden at den statiske bestemthed ændres i den resterende del af skivekonstruktionen (jfr. sætning 1.4-6). Disse skivefelter har nemlig tre ubekendte snitkræfter, og deltager kun i kraftoptagelsen, når belastningen angriber inden for skivefeltet.

Figur 1.6-1



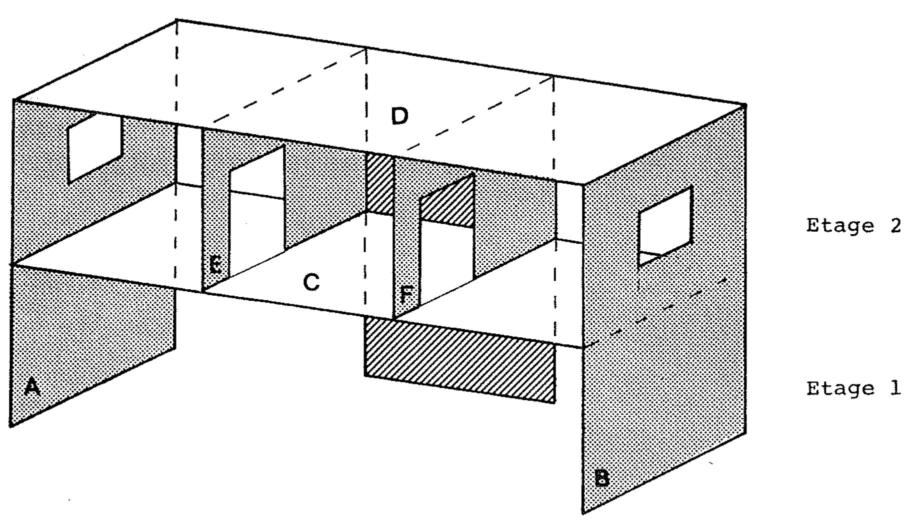
Specielle skivefelter

Et rektangulært skivefelt tænkes at indgå i en statisk bestemt skivekonstruktion. Specielt langs den nederste rand antages snitkræfterne i O at være N, Q og M.

Erstattes skivefeltet af et andet med en vinduesåbning i, vil snitkræfterne langs den nederste rand stadig have værdien N, Q og M.

Anvendes i stedet et skivefelt med døråbning, vil resultanten i punkt O af de to sæt snitkræfter N_1, Q_1, M_1 og N_2, Q_2, M_2 stadig være lig N, Q og M. Fordelingen af N, Q og M på de to sæt snitkræfter kan imidlertid ikke bestemmes alene ud fra de statiske ligevægtsligninger.

Analoge forhold gælder for skivefeltet med flere døråbninger.



Figur 1.6-2

Skivebygningen på figuren er dannet af bygningen på figur 1.5-10 ved at erstatte de rektangulære skivefelter i etage 2 med skivefelter med dør- eller vinduesåbninger. Snitkræfterne i samlingerne vil være de samme som i figur 1.5-10, hvis skivebygningen udsættes for samme belastning. Ved snitkræfter i samlingerne skal i samling C-E og C-F dog forstås resultanten af de to sæt snitkræfter på hver side af døråbningerne.

1.6 Specielle skivefelter

Skivekonstruktioner, der udelukkende er opbygget af rektangulære skivefelter, og som er statisk bestemte, forekommer kun sjældent i virkeligheden. Det er mere almindeligt, enten at nogle af skivefelterne er forsynet med åbninger, eller at der også indgår søjler og bjælker i konstruktionen, eller at der indgår så mange skivefelter, at skivekonstruktionen bliver statisk ubestemt.

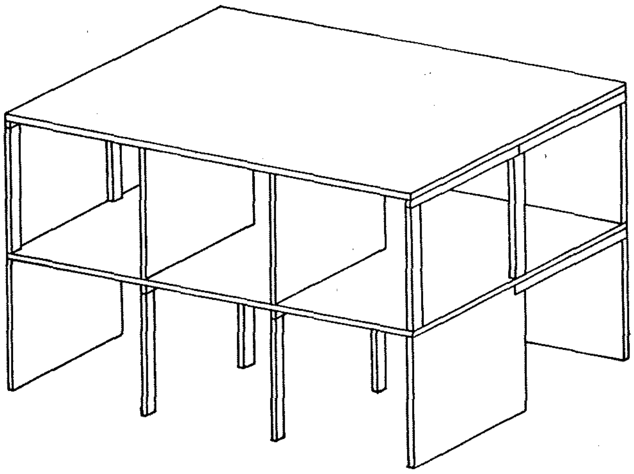
Statisk bestemte skivekonstruktioner opbygget af skiver, bjælker og søjler behandles i næste kapitel, medens statisk ubestemte konstruktioner behandles i notatets sidste afsnit.

Her skal kort ses på alternativer til det rektangulære skivefelt i en statisk bestemt skivekonstruktion. På figur 1.6-1 er vist tre specielle skivefelter. Kravene til de specielle skivefelter er, at de skal kunne klare samme statiske funktion, som det oprindelige skivefelt. Giver de specielle skivefelter anledning til flere sæt snitkræfter end det oprindelige, vil de enkelte sæts værdier ikke kunne bestemmes alene ved brug af de statiske ligevægtsligninger. Her er det også nødvendigt at kende materialeegenskaberne, da de skivefelters snitkræfter er statisk ubestemte. Summen af snitkraftssættene er det eneste, der kan bestemmes, idet den er lig med snitkraftssættet på randen til det rektangulære skivefelt.

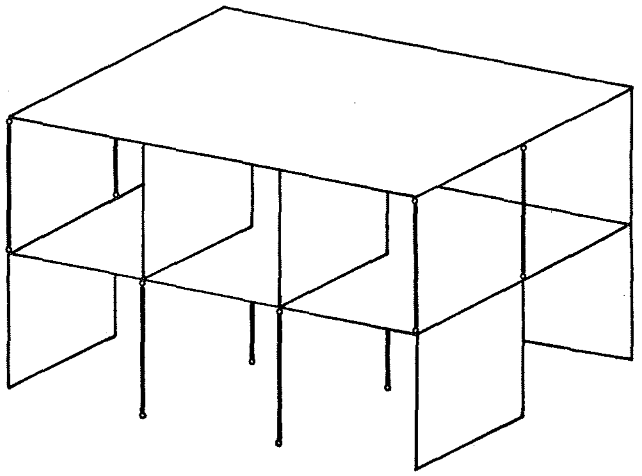
På figur 1.6-2 er vist, hvordan en del af skivefelterne i skivekonstruktionen på figur 1.5-10 kan erstattes af skivefelter med dør- og vinduesåbninger. I denne nye konstruktion vil snitkræfterne også være statisk bestemte, idet det dog langs samlingerne C-E henholdsvis C-F kun vil være de to sæt snitkræfters resultant, der er statisk bestemt.

Figur 1.7-1

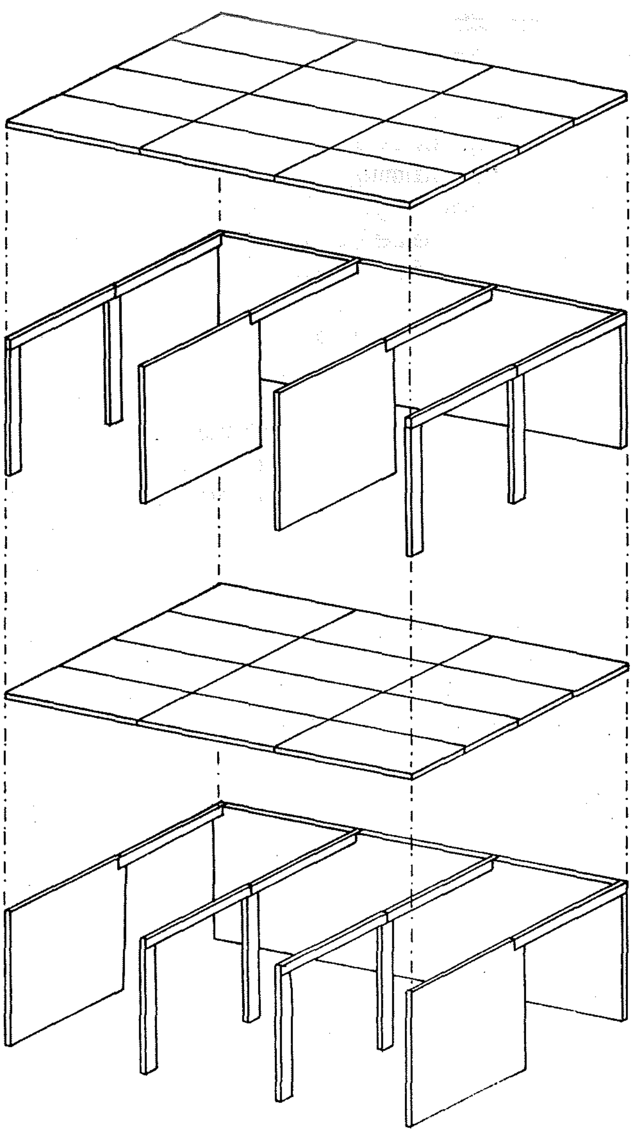
a. Skive-bjælke-søjlebygning



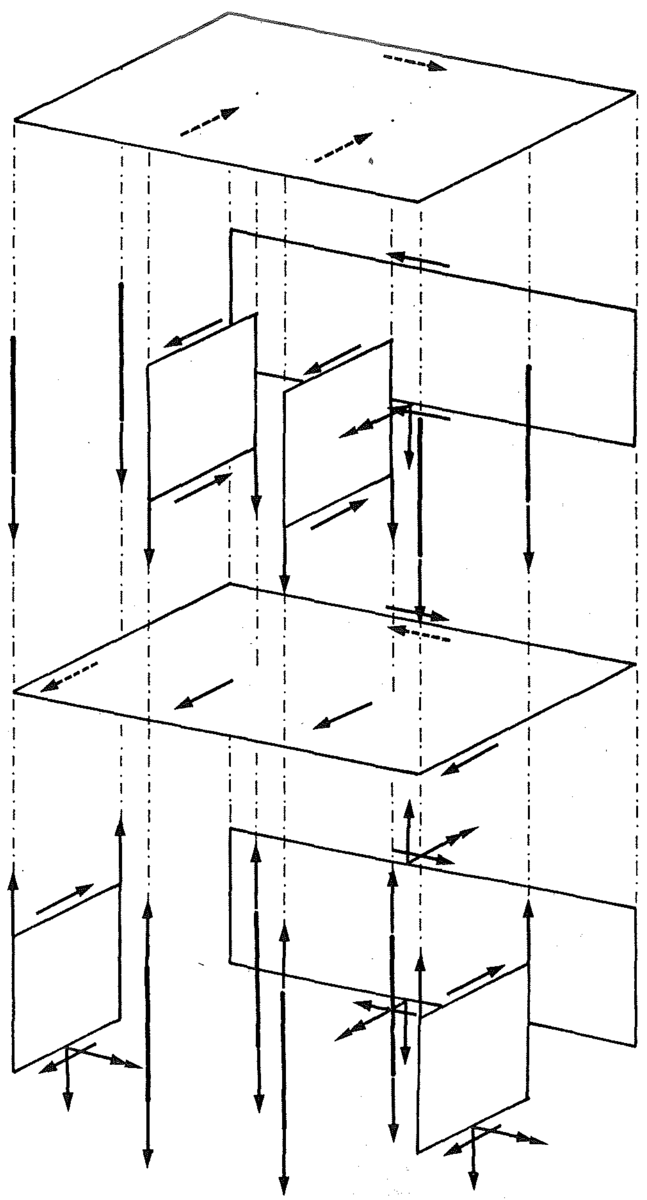
d. Beregningsmodel



c. Mulig opbygning



e. Mulige snitkræfter



1.7 Statisk bestemte skivekonstruktioner, opbygget af skivefelter, bjælker og søjler.

I dette kapitel betragtes skivebygninger, hvor der foruden skiver også indgår bjælker og søjler. Et eksempel på en sådan bygning er vist på figur 1.7-1. Bjælkernes primære formål er at virke som understøtninger for dækskiverne, d.v.s. at optage dækskivernes pladekræfter, som så enten overføres til søjlerne som normalkræfter eller til vægskiverne som skivekræfter. Hvis samlingerne mellem søjler og bjælker er udført således, at der kan overføres momenter mellem disse, vil bjælkerne desuden kunne indgå i det afstivende system, idet de sammen med søjlerne danner rammer (jfr. specielle skivefelter i forrige kapitel). I disse tilfælde vil bjælkekræfterne normalt ikke være statisk bestemte.

I behandlingen af de statisk bestemte skivekonstruktioner er det derfor muligt i beregningsmodellen at se bort fra bjælkerne ved beregning af skive- og søjlekræfterne, når konstruktionen er belastet i en skiveplan.

Beregningsmodellen

Beregningsmodellen, der vil blive anvendt i det følgende, vil derfor være den i kapitel 1.2 omtalte suppleret med pendulsøjler mellem etagerne.

En pendulsøjle er en søjle, der er simpelt understøttet i begge ender, og som derfor kun kan overføre normalkræfter.

For den på figur 1.7-1.a viste skivekonstruktion vil beregningsmodellen derfor få de på figur 1.7.1-d viste udseende, med de på figur 1.7-1.e viste mulige snitkræfter.

Fastlæggelsen af, om en skivekonstruktion med søjler er statisk bestemt, kan ske på tilsvarende måde som i tilfældet med skivekonstruktioner uden søjler (sætning 1.4-2 i kapitel 1.4).

De mulige snitkræfter mellem søjler og skivefelter fremgår af figur 1.7-2. Der gælder

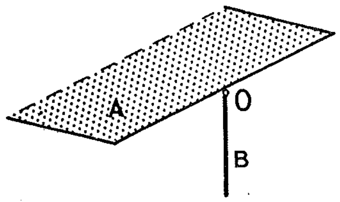
Sætning 1.7-1:

Mulige snitkræfter mellem søjler og skivefelter

Mellem et skivefelt og en søjle kan der i samlingen overføres én normalkraft i søjleretningen, hvis søjlen er beliggende i skivefeltets plan, ellers ingen.

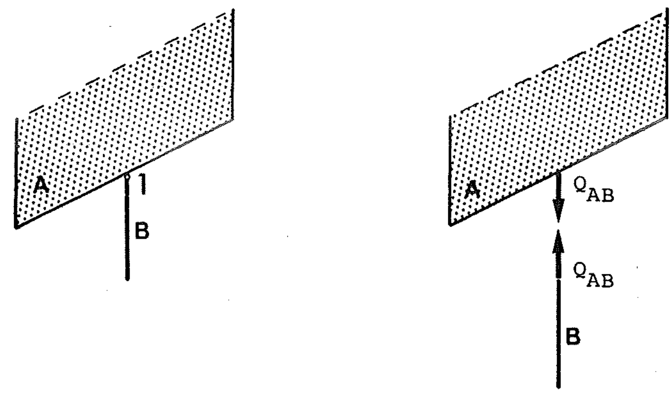
Figur 1.7-2 Mulige snitkræfter mellem skivefelter og søjler.

a. Søjle og skivefelt ligger ikke i samme plan

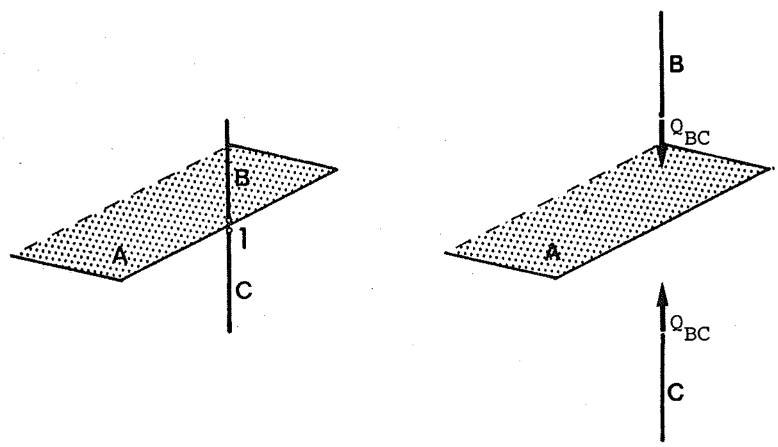


ingen snitkræfter

b. Skivefelt og søjle i samme plan



c. Mulige snitkræfter mellem to søjler



Idet der for pendulsøjler kun er én ligevægtsligning, nemlig kraftligevægt i søjlens længderetning, kan fastlæggelsen af statisk bestemthed ske analogt som i sætning 1.4-2. D.v.s.

Sætning 1.7-2:

Er en skivekonstruktion opdelt i N skivefelter, hvor hvert felt har mindst tre ubekendte og statisk uafhængige snitkræfter, og M søjler, hvor hver søjle har mindst én ubekendt snitkraft, og er der ialt R ubekendte og statisk uafhængige snitkræfter i samlingerne, da er skivekonstruktionen statisk bestemt med hensyn til disse snitkræfter, hvis
$R = 3N + M$.

Det betyder, at en ydre belastning, der angriber i en af skivefelternes planer eller i en søjles længderetning, eller som kan opløses i kræfter, der angriber i skiveplanerne eller i søjlernes længderetning, vil kunne optages af konstruktionen udelukkende ved skive- og søjlekræfter, når $R \geq 3N + M$. For $R = 3N + M$ vil snitkræfterne være statisk bestemte.

Eksempel 1.7-1:

Med den på figur 1.7-1.e anvendte opdeling fås:

$N = 8 \qquad M = 8 \qquad$ og $\qquad R = 32,$

d.v.s., $R = 3N + M$.

Da de øvrige krav til sætning 1.7-2 er opfyldt, er konstruktionen statisk bestemt.

Analogt til sætning 1.4-6, der gælder for skivefelter, gælder der for søjler:

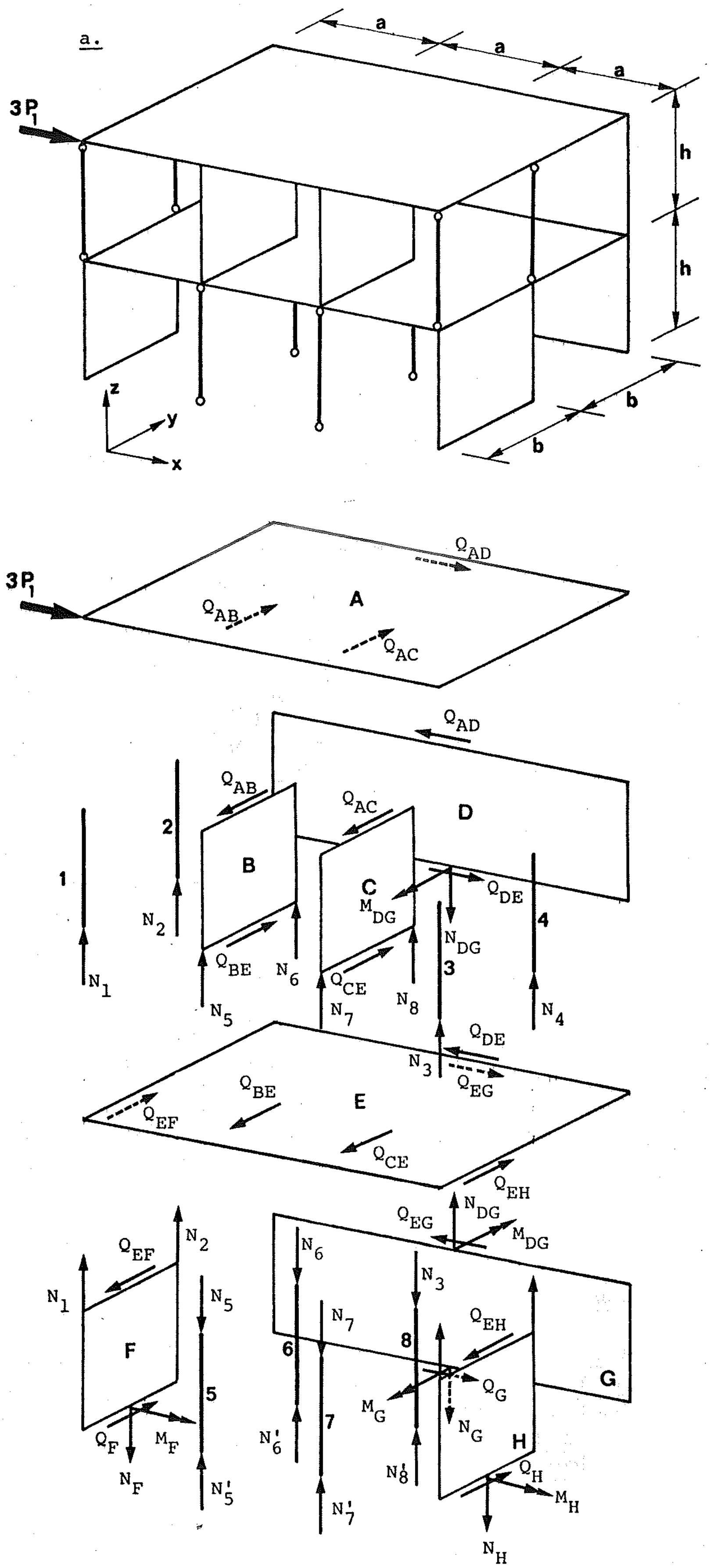
Sætning 1.7-3:

En pendulsøjle med en ubekendt snitkraft kan altid tilføjes eller fjernes i en statisk bestemt skivekonstruktion, uden at dette ændrer den statiske bestemthed i den resterende del af konstruktionen.

Ved en pendulsøjle med en ubekendt snitkraft forstås en søjle af den type, der forekommer i øverste etage i figur 1.7-1. I disse er snitkraften foroven kendt,

Figur 1.7-3

a.



b. Beregning.

$\alpha = \frac{h}{a} \qquad \beta = \frac{b}{a}$

A. $Q_{AD} = -3P_1$

$Q_{AC} = -Q_{AB}$

$Q_{AB} = 6\frac{b}{a}P_1 = 6\beta P_1$

B. $Q_{BE} = Q_{AB} = 6\beta P_1$

$N_5 = -N_6$

$N_6 = -\frac{h}{b}Q_{AB} = -6\alpha P_1$

C. $Q_{CE} = -6\beta P_1$

$N_7 = -N_8$

$N_8 = 6\alpha P_1$

D. $Q_{DE} = -3P_1$

$N_{DG} = 0$

$M_{DG} = -3P_1 h$

E. $Q_{EG} = Q_{DE} = -3P_1$

$Q_{EF} = -Q_{EH}$

$Q_{EH} = -2\beta P_1$

Søjle 1, 2, 3 og 4

$N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = 0$

F. $Q_F = 2\beta P_1$

$N_F = 0$

$M_F = -2h\beta P_1$

G. $Q_G = -3P_1$

$N_G = 0$

$M_G = M_{DG} - hQ_{EG}$

$= 6P_1 h$

H. $Q_H = -2\beta P_1$

$N_H = 0$

$M_H = 2\beta h P_1$

Søjle 5, 6, 7 og 8

$N'_5 = N_5 \;,\; N'_6 = N_6$

$N'_7 = N_7 \;,\; N'_8 = N_8$

Kontrol: $N_F + N_G + N_H + N'_5 + N'_6 + N'_7 + N'_8 = 0$

$Q_F + Q_H = 0$

$M_F + M_H + b(N'_6 + N'_8) + 2bN_G = 0$

medens snitkraften forneden er ubekendt (jfr. sætning 1.7-1).

Derimod har søjlerne i nederste etage to ubekendte snitkræfter, nemlig dels snitkraften mellem søjle og fundament, dels snitkraften mellem søjle og skivefeltet i øverste etage.

I figur 1.7-1.d kan søjlerne i øverste etage derfor fjernes, uden at den statiske bestemthed ændres i den resterende del af konstruktionen.

Sætning 1.7-3 fører til følgende regel for søjlekræfterne:

Sætning 1.7-4:

Pendulsøjlers deltagelse i belastningsoptagelsen

En pendulsøjle i en skivekonstruktion deltager kun i optagelsen af belastningen i skiveplanerne, hvis den eller søjler i samme lodrette linie understøtter en skive, eller hvis belastningen virker i søjlens længdeakse.

For figur 1.7-1 betyder det, at søjlerne i øverste etage kun vil deltage i optagelsen af en lodret belastning i øverste etage, medens søjlerne i nederste etage også vil deltage i optagelsen af en vandret belastning.

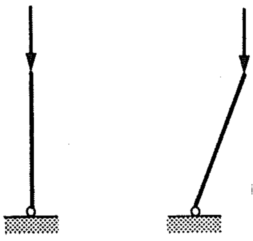
Eksempel 1.7-2:

På figur 1.7-3.a er vist en opdeling i skivefelter af figur 1.7-1, og de viste snitkræfter ønskes beregnet for belastningen $3\,P_1$.

Skivekonstruktionen er tidligere i eksempel 1.7-1 vist at være statisk bestemt og beregningsgangen fremgår af figur 1.7-3.b, idet der sker en successiv beregning, startende med skivefelt A, der kun har tre ubekendte.

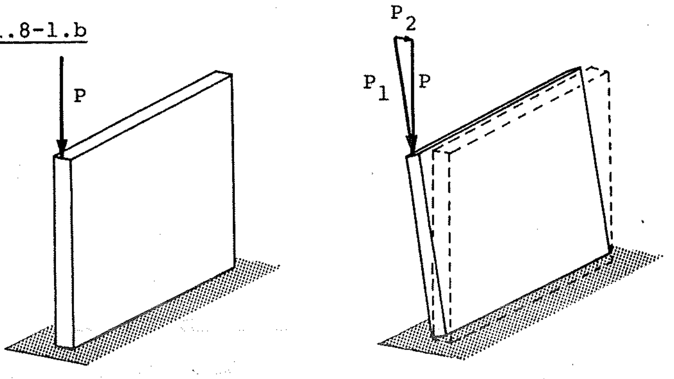
Som det fremgår optages belastningen, dels af længdevæggen (D), dels af tværvæggene, som fordeler excentrisitetsmomentet ned gennem bygningen. Søjlerne i nederste etage belastes, idet de medvirker i ligevægtsbetingelserne for de to tværvægge i øverste etage.

Figur 1.8-1.a



Ustabil søjle

Figur 1.8-1.b



Ustabil skive

Ustabil skive:

Skiven er indspændt langs den nederste kant og ellers fri.

Angribes den af en kraft P langs den øverste rand, vil en forskydning af den øverste rand ud af skiveplanet bevirke, at kraften P ikke længere udelukkende kan optages ved skivekræfter.

Kraften P kan opdeles i to komposanter P_1 og P_2, hvoraf P_1 lokalt optræder i skiveplanet, medens P_2 virker vinkelret derpå.

Hvis skiven antages helt bøjningsslap, vil P_2 ikke kunne overføres af skiven, og udbøjningen vil øges indtil brud indtræder. I virkeligheden er de skiver, der indgår i en husbygningskonstruktion, i besiddelse af en vis bøjningsstivhed og vil kunne overføre moderate værdier for P_2, men der er så ikke længere tale om kraftoptagelse udelukkende ved skivevirkning.

1.8 Stabilitetskrav

Den hidtidige behandling i kapitlerne 1.1 - 1.7 af skivekonstruktioner er udelukkende baseret på de statiske ligevægtsbetingelser. Som bekendt kan en ligevægtstilstand være enten stabil eller ustabil. Forskydes skivekonstruktionen ud af sin ligevægtstilstand, vil den, hvis den er i stabil ligevægt, vende tilbage til sin ligevægtstilstand, hvorimod dette ikke vil være tilfældet, hvis ligevægtstilstanden er ustabil.

Eksempel 1.8-1:

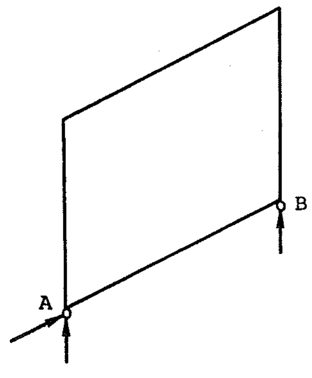
I henhold til sætning 1.4-2 og 1.7-2 udgør en fritstående pendulsøjle eller skive (se figur 1.8-1) en statisk bestemt konstruktion, idet de i deres udgangstilstand vil være i stand til at holde ligevægt med en belastning, der er beliggende i deres længdeakse henholdsvis plan. Hvis belastningens retning er konstant også under en mindre forskydning af konstruktionen vinkelret på kraftretningen, vil ligevægtstilstanden være ustabil, som det fremgår af figur 1.8-1.

Da en skivekonstruktion, dels deformeres af sin skivebelastning, dels kan deformeres af pladebelastning, og da ligevægtsligningerne opstilles for den udeformerede konstruktion, bliver det nødvendigt at kræve, at skivekræfterne i skivekonstruktionen er i stabil ligevægt. Stabilitetskravet er nøje forbundet til skivekonstruktionens geometri, og der skal derfor ses på hvilke krav,der må stilles til geometrien, for at konstruktionen kan være stabil.

I behandlingen af skivefelternes ligevægtsbetingelser er der hidtil kun set på skivekræfterne, d.v.s., de kræfter der virker i skivens plan. Til det brug er kun anvendt tre ligevægtsligninger, der sikrer ligevægten vinkelret på skiveplanen, automatisk har været opfyldt. Dette er imidlertid kun tilfældet, så længe skivefeltet bevarer sin udeformerede geometri. Som det fremgår af figur 1.8-1.b, er det nødvendigt, at skivefeltet er understøttet langs den øverste rand, således at kraftkomposanten vinkelret på skiveplan kan optages af under-

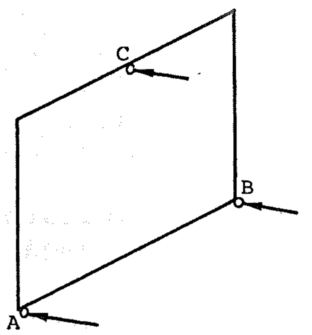
Figur 1.8-2

a.



Skivefelt understøttet
mod bevægelser i sit plan

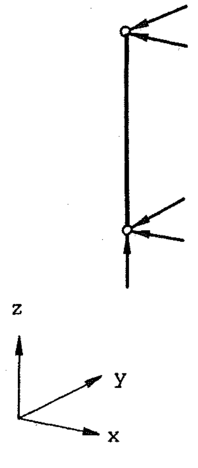
b.



Skivefelt understøttet
mod bevægelser ud af
sit plan

De tre liniestykker AB, BC og AC er i [1] betegnet faste støttelinier, af hvilke der kræves tre, for at skivefeltet skal være stabilt. De to definitioner ses at være identiske.

c.



Stabil pendulsøjle

støtningen, hvis skivefeltet skal være stabilt.

Det stabile skivefelt kan derfor defineres som:

Sætning 1.8-1:

Definition af stabilt skivefelt

Et skivefelt, der i to punkter er understøttet mod bevægelser i sit plan, og i tre punkter er understøttet mod bevægelser ud af sit plan, vil, hvis de tre punkter ikke ligger på en ret linie, være rumligt stabilt.

Disse understøtninger vil netop være tilstrækkelige til at sikre, at skivefeltets reaktioner vil kunne optage enhver ydre belastning (se figur 1.8-2.a og b). Pladebelastninger antages at blive fordelt til de tre understøtningspunkter ved pladevirkning.

Analogt til definitionen af det stabile skivefelt fås definitionen:

Sætning 1.8-2:

Stabil pendulsøjle

En pendulsøjle er rumlig stabil, hvis den dels er understøttet mod bevægelser i sin længderetning, dels i to punkter er understøttet mod bevægelser vinkelret på søjleaksen (se figur 1.8-2.c).

Af disse to definitioner fås så

Sætning 1.8-3:

Stabil skivekonstruktion

En stabil skivekonstruktion er en konstruktion, opbygget af stabile skivefelter og stabile søjler.

Der findes forskellige fremgangsmåder til at analysere, om en given skivekonstruktion er stabil.

I [1] omtales en fremgangsmåde, hvor skivekonstruktionens opbygning følges. Kan konstruktionen opbygges ved successiv sammensætning af en række stabilitetsenheder, er skivekonstruktionen stabil. Ved stabilitetsenheder forstås enkle, stabile skivekonstruktioner, f.eks. dækskiven understøttet af tre vægskiver (jfr. figur 1.5-3).

I [3] er omtalt en fremgangsmåde, hvor skivekonstruktionens enkelte skivefelter gennemgås systematisk, idet det undersøges, om hvert skivefelt har det tilstrækkelige antal understøtningspunkter. Fremgangsmåden er ret omstændelig, og baserer sig på anvendelse af EDB. Da princippet i metoden ligger tæt op ad den grafiske metode, der omtales i det næste kapitel, vil en nærmere omtale af metoden i [3] ikke finde sted her. Skal der alligevel opstilles et EDB-program til beregning af en skivekonstruktion, vil det dog være naturligt at indbygge denne metode til undersøgelse af stabiliteten.

Inden der tages fat på den grafiske metode, skal der lige nævnes, at det gælder:

Sætning 1.8-4:

Stabile skivekonstruktioners statiske bestemthed

En stabil skivekonstruktion er enten statisk bestemt eller statisk ubestemt.

og

Sætning 1.8-5:

Statisk bestemte konstruktioners stabilitet

I en statisk bestemt skivekonstruktion er alle skivefelter understøttet mod bevægelser i deres planer, og alle pendulsøjler understøttet mod bevægelser i søjlernes længderetning.

Sætningerne følger begge af, at kravet om de to understøtningspunkter mod bevægelser i skiveplanet er identiske med kravet om, at skivefeltet skal have mindst tre uafhængige snitkræfter.

Vides det om en skivekonstruktion, at den er statisk bestemt (f.eks. ved hjælp af sætning 1.7-2), er det altså tilstrækkeligt at undersøge, om alle skivefelter har de tre understøtningspunkter mod bevægelser ud af skiveplanet, for at sikre at konstruktionen også er stabil.

Figur 1.9-1

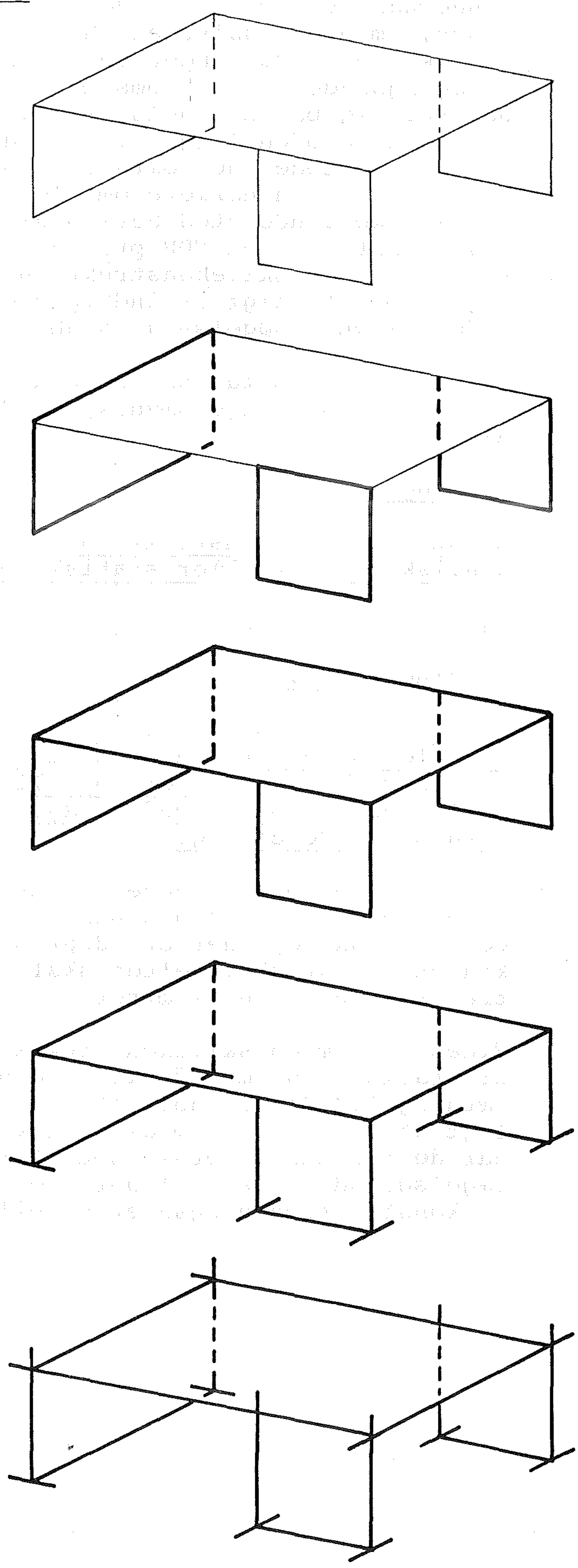
a.

b.

c.

d.

e.



1.9 Grafisk stabilitetsundersøgelse

Den grafiske metode baserer sig på, at kravet om mindst to understøtningspunkter mod bevægelser i planet er identisk med et krav om, at der i skivefeltet skal være mindst tre linier, der dels ikke alle er parallelle, dels ikke alle skærer hinanden i samme punkt, i hvis retning skivefeltet er forhindret i at bevæge sig. Disse linier betegnes i det følgende støttelinier. Har et skivefelt tre støttelinier, vil enhver linie i skivefeltet være en støttelinie, idet skivefeltet også er hindret i at bevæge sig i denne linies retning.

Støttelinier

Fremgangsmåden er følgende:

1) En rumlig afbildning af skivekonstruktionen tegnes med tynd streg (figur 1.9-1.a).

2) For de skivefelter, der er understøttet på fundamentet, optegnes med kraftig streg eventuelle støttelinier. Hvis der ikke kan ske en forskydning mellem fundament og skive, vil understøtningsranden udgøre en støttelinie. Da en bevægelse i skiveplanet vinkelret på understøtningsranden normalt også er hindret, kan der tegnes to andre støttelinier, f.eks. langs skivefeltets lodrette rande. Har skivefeltet tre støttelinier kan der også tegnes en fjerde langs den sidste rand (jfr. figur 1.9-1.b).

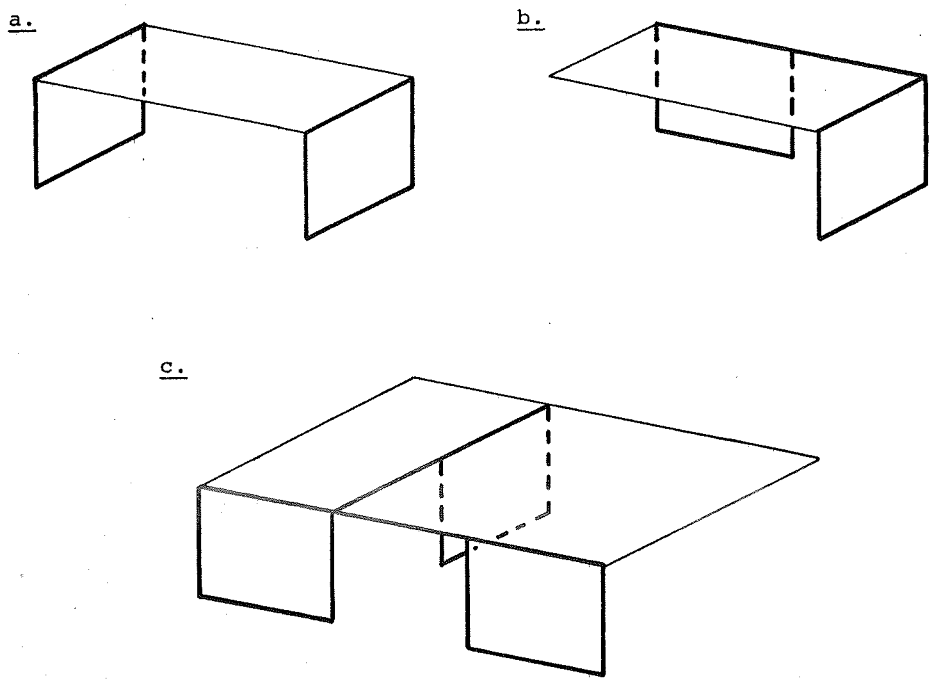
3) Det undersøges så, om de allerede tegnede støttelinier også er støttelinier for andre skivefelter. Er dette tilfældet for et skivefelt, og har det tre støttelinier, der ikke er parallelle, og som ikke skærer hinanden i samme punkt, optegnes også dette skivefelts rande med en kraftig streg (jfr. figur 1.9-1.c).

4) Fremgangsmåden i 3) fortsættes om muligt, indtil alle skivefelters rande er optegnet med kraftig streg. Lykkes det ikke at få optegnet alle randene med kraftig streg, vil ikke alle skivefelter have den nødvendige understøtning mod bevægelser i deres planer.

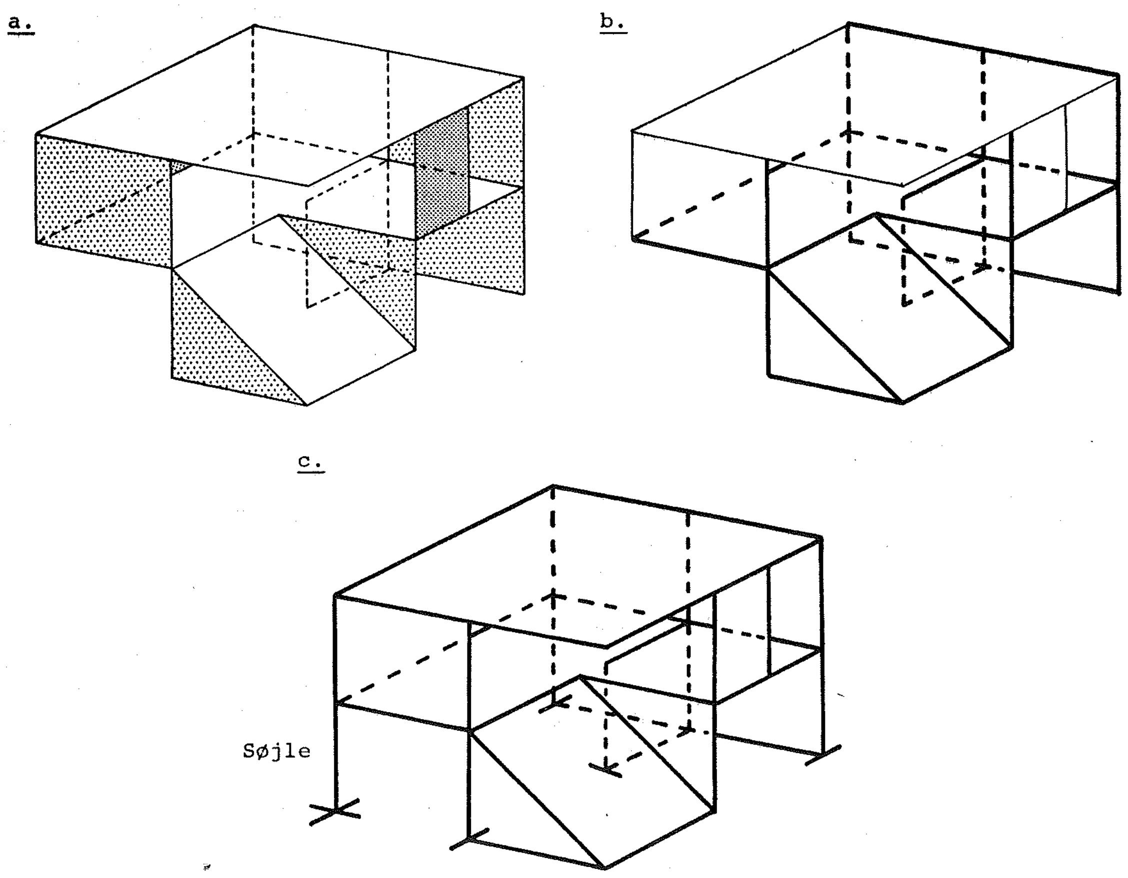
5) Hvis randene viser sig at være støttelinier fortsættes undersøgelsen, idet det nu skal undersøges, om alle skivefelter også har de fornødne tre understøtningspunkter mod bevægelser vinkelret på skiveplanet.

Figur 1.9-2

Grafisk stabilitetsundersøgelse



Figur 1.9-3



6) Her startes igen ved fundamentsrandene, idet det forudsættes, at skivefeltet langs denne er fastholdt mod bevægelser ud af sit plan. I to punkter langs understøtningsranden tegnes derfor en kort kraftig streg på tværs af skivefeltet (jfr. figur 1.9-1.d).

7) Derpå fortsættes med resten af samlingerne, idet alle støttelinier forlænges et kort stykke ud over samlingerne (jfr. figur 1.9-1.e).

8) Endelig optælles så for hvert enkelt skivefelt, om der er mindst tre af de korte linier på tværs af skiveplanet. Er dette tilfældet, vil skivekonstruktionen være stabil.

Eksempel 1.9-1:

På figur 1.9-2.a, b og c er vist tre stabilitetsundersøgelser, af tre tidligere behandlede statisk overbestemte skivekonstruktioner. Det fremgår, at den manglende stabilitet (og dermed statiske overbestemthed) hurtigt afsløres, idet dækskiverne kun har to støttelinier.

Eksempel 1.9-2:

Stabiliteten af skivebygningen på figur 1.9-3.a skal undersøges.

En grafisk stabilitetsundersøgelse er vist på figur 1.9-3.b, hvor det afsløres, at den udkragede del af øverste etage ikke er stabil.

Anbringes der en søjle under det udkragede hjørne, viser stabilitetsundersøgelsen på figur 1.9-3.c, at der nu er opnået en stabil skivekonstruktion.

Den grafiske metode viser sig således også at være et nyttigt værktøj, når en ustabil konstruktion skal gøres stabil.

1.10 Stabile skivekonstruktioner med statisk bestemte snitkræfter.

Resumé

Den statiske beregning af en skivekonstruktion kan nu sammenfattes til følgende.

1) Først undersøges om skivekonstruktionen er stabil, f.eks. ved hjælp af den grafiske metode i kapitel 1.9.

2) Er skivekonstruktionen stabil, undersøges så, om snitkræfterne er statisk bestemte, f.eks. ved hjælp af sætning 1.7-2.

3) Er skivekonstruktionen stabil og statisk bestemt, kan snitkræfterne beregnes, f.eks. som angivet i eksempel 1.5-8 (figur 1.5-10).

4) Er skivekonstruktionen stabil men statisk ubestemt, vil snitkræfterne kunne beregnes, som angivet i notatet om statisk ubestemte skivekonstruktioner.

LITTERATURFORTEGNELSE

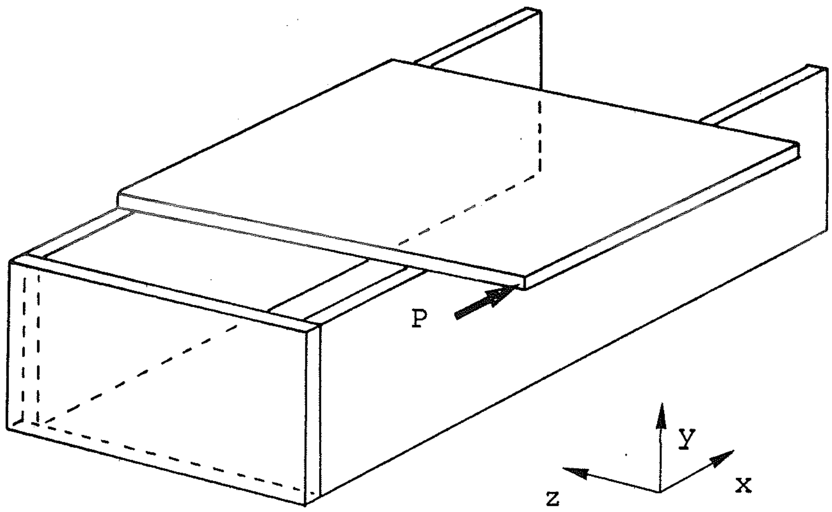
[1] Statens Byggeforskningsinstitut (SBI):
"SKIVEBYGNINGERS STABILITET"
Manuskript (juni 1974) til afsnittet
SS1 - Teori af SBI-anvisning nr. 82.

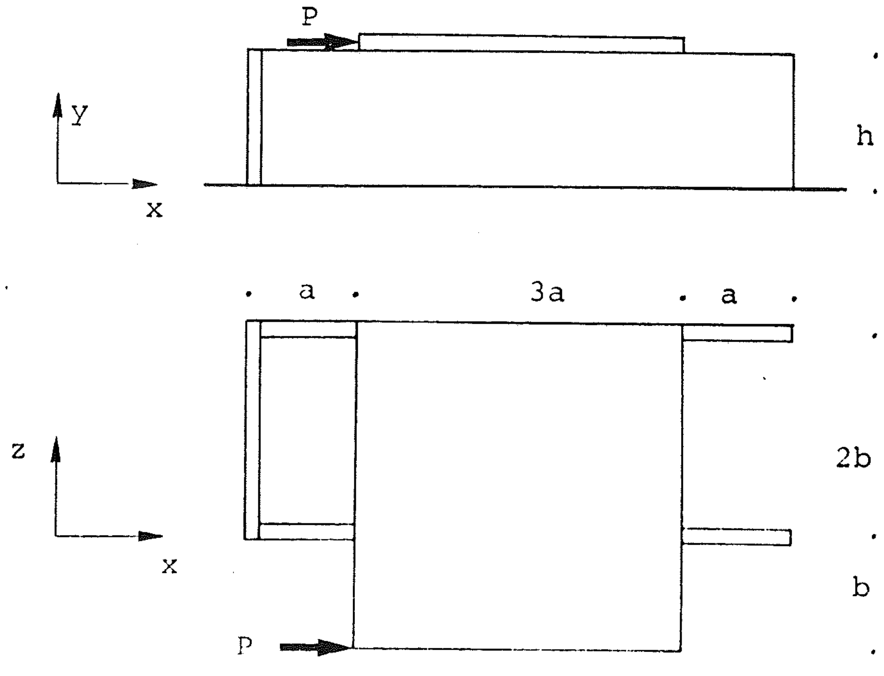
[2] Fr. Fabricius-Bjerre:
"LÆREBOG I GEOMETRI I"
3. udgave 1958.

[3] B. Stafford Smith & P.C.M. Lau:
" A METHOD OF ASSESSING THE STATIC STABILITY OF PANEL TYPE BUILDINGS"
Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Vol. 53, Part 2, 1972, pp. 77 - 86.

OPGAVE 1.

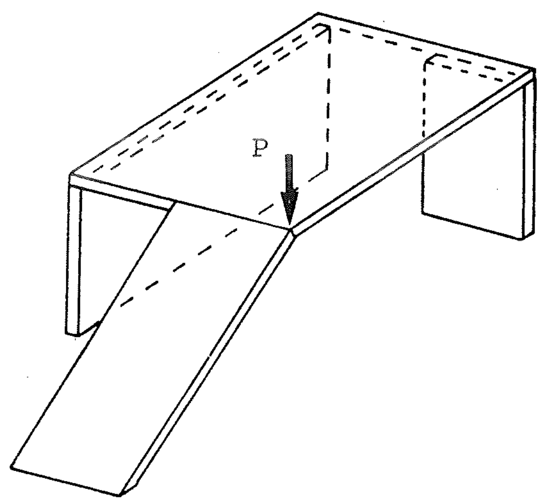
Undersøg om den viste skivekonstruktion er statisk bestemt.
I bekræftende fald beregnes snitkræfterne mellem de fire viste skivefelter svarende til belastningen P.

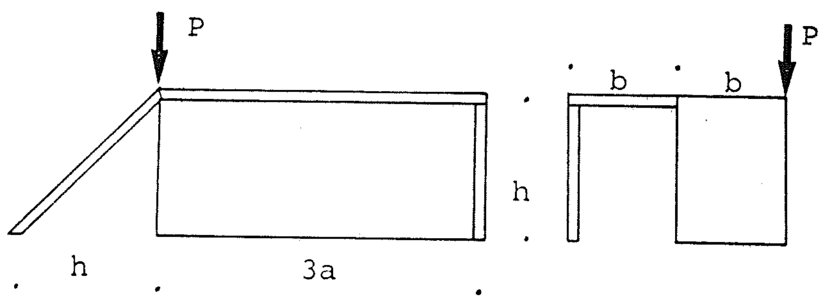




OPGAVE 2.

Undersøg om den viste skivekonstruktion er statisk bestemt. I bekræftende fald beregnes snitkræfterne mellem de fire viste skivefelter svarende til belastningen P.

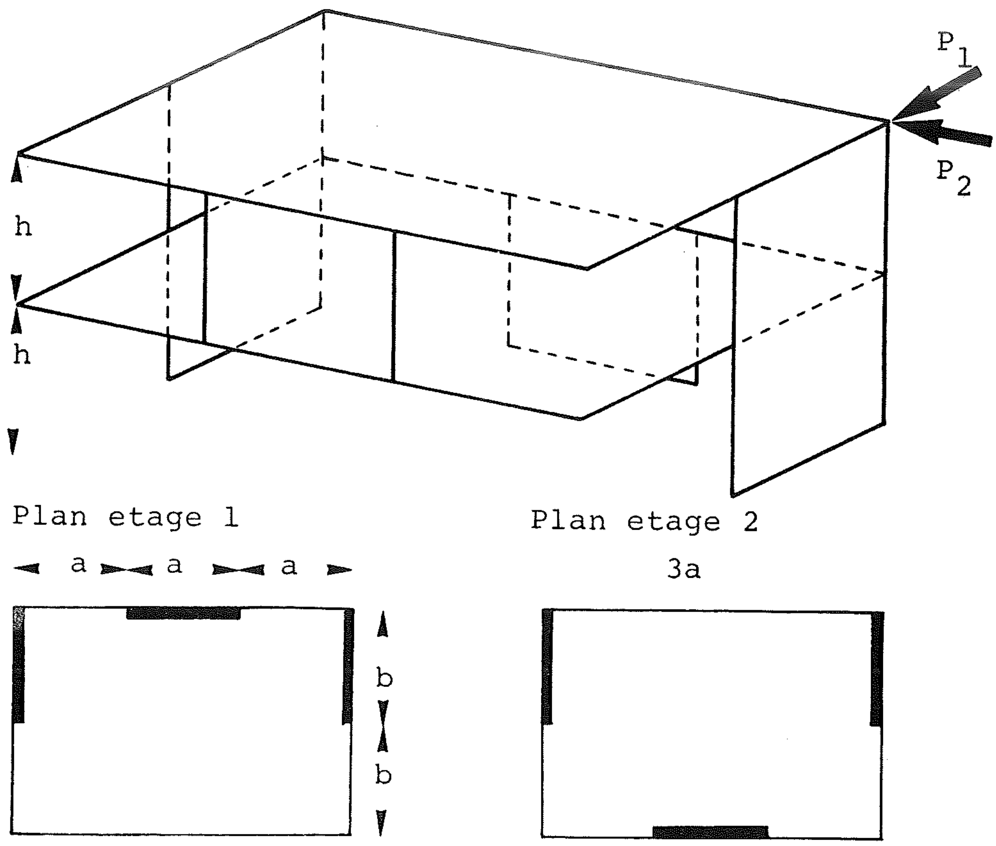




OPGAVE 3.

Er den viste to-etages skivekonstruktion statisk bestemt ?

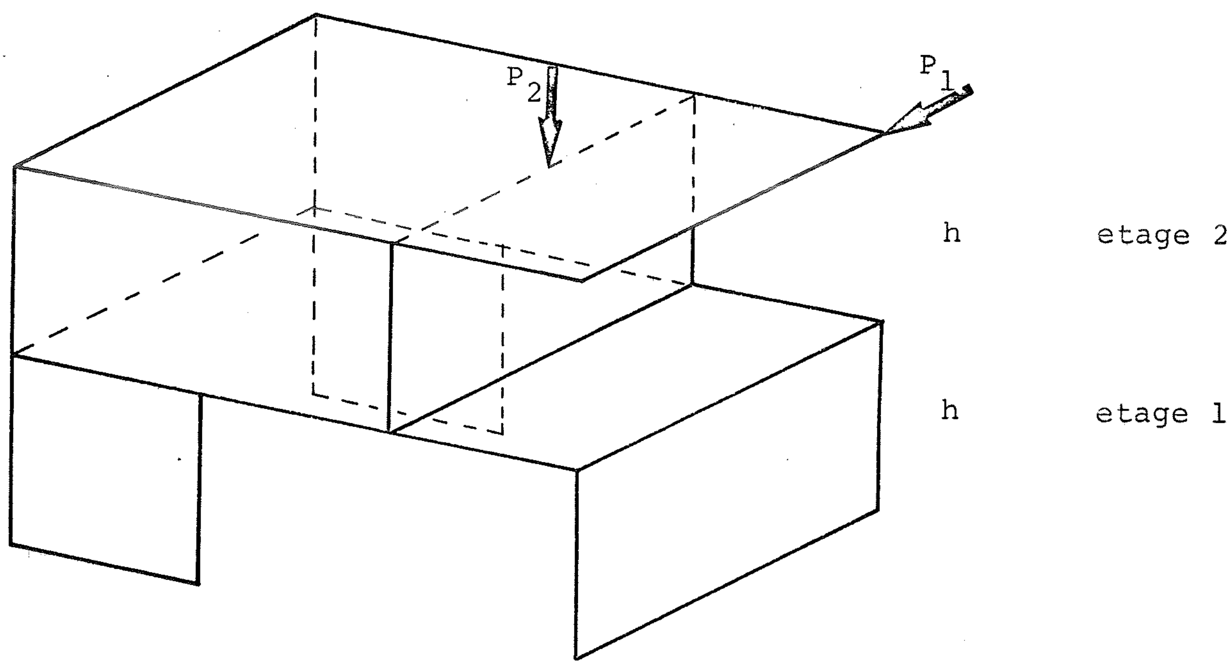
Kan de to belastninger P_1 og P_2 optages af skivekonstruktionen ? I bekræftende fald beregnes snitkræfterne mellem de viste skivefelter.

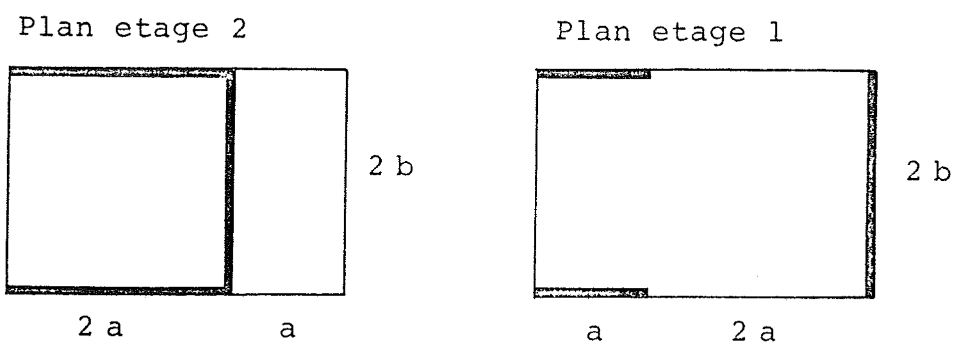


OPGAVE 4.

1) Påvis, at den viste to-etages skivekonstruktion er statisk bestemt.

2) Beregn snitkræfterne mellem skivefelterne for hver af de to belastninger P_1 og P_2.

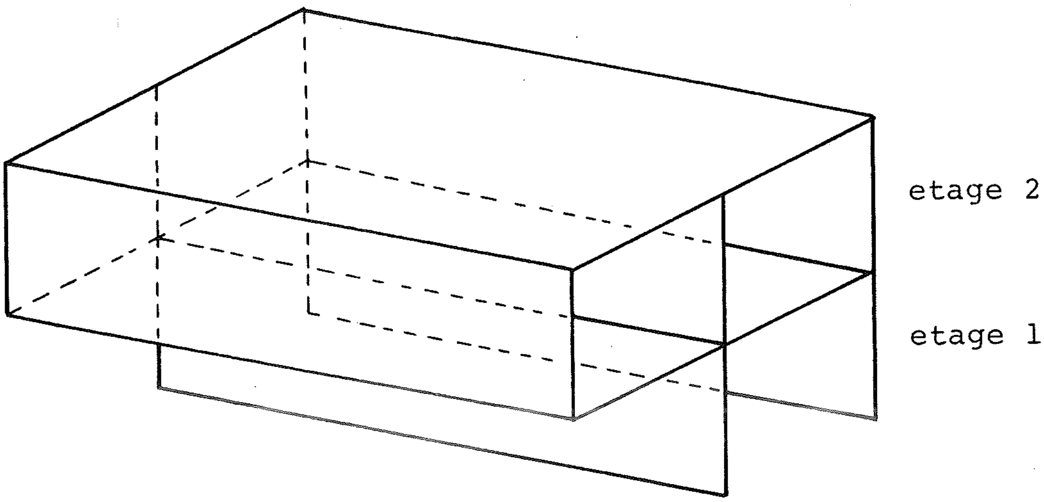




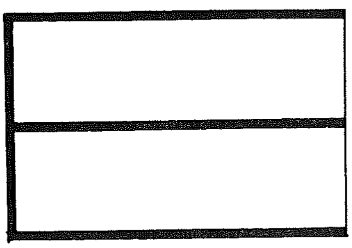
OPGAVE 5.

1) Påvis, at de to skivekonstruktioner er stabile.

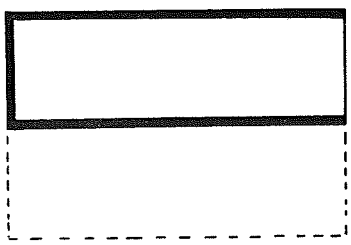
2) Angiv, hvor mange gange statisk bestemte, de er.

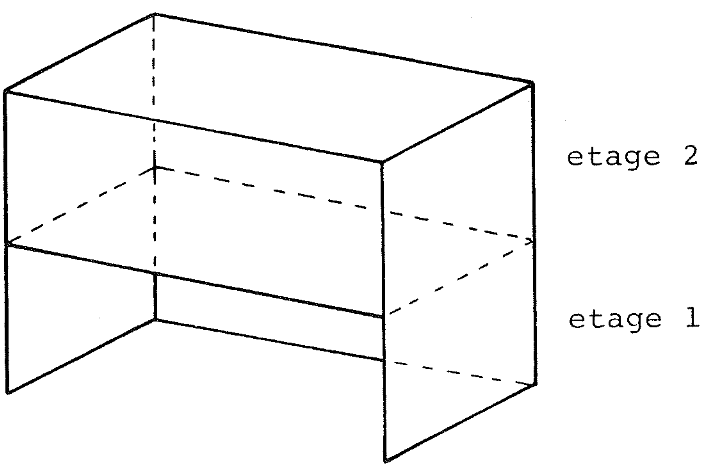


Plan etage 2

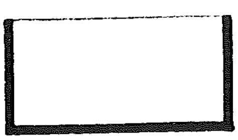


Plan etage 1

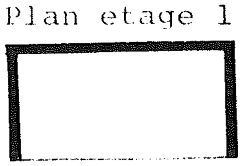




Plan etage 2



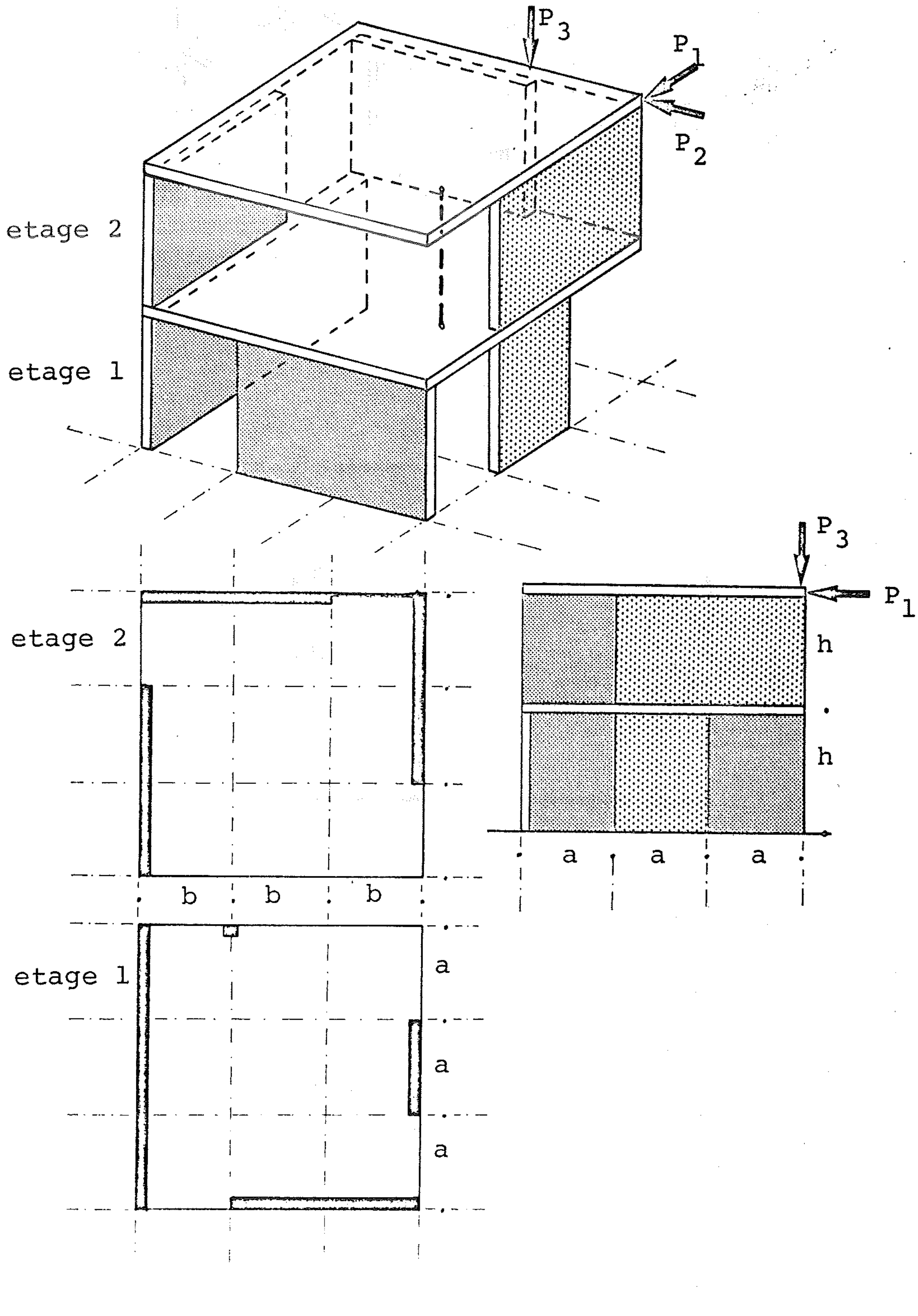
Plan etage 1



OPGAVE 6.

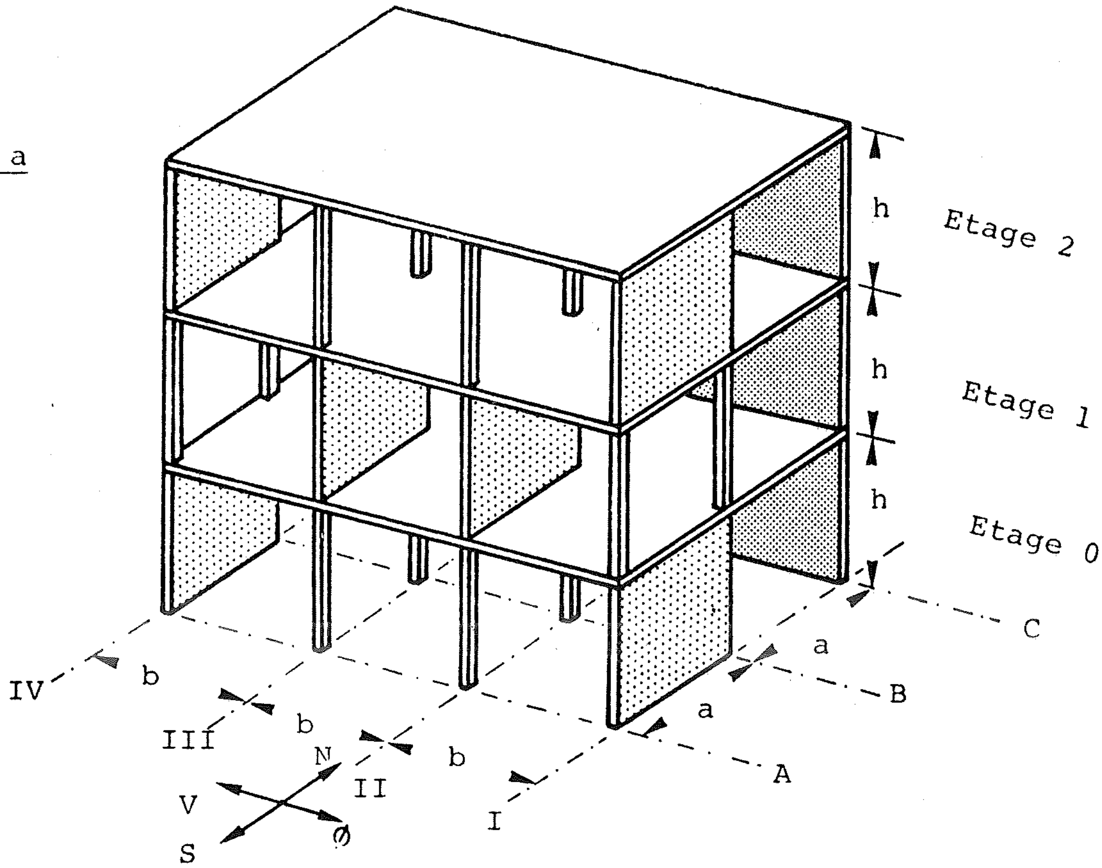
1) Påvis, at skivekonstruktionen er statisk bestemt.

2) Beregn for de tre belastninger P_1 , P_2 og P_3 understøtningsreaktionerne, d.v.s. snitkræfterne mellem fundamentet og skivekonstruktionen.

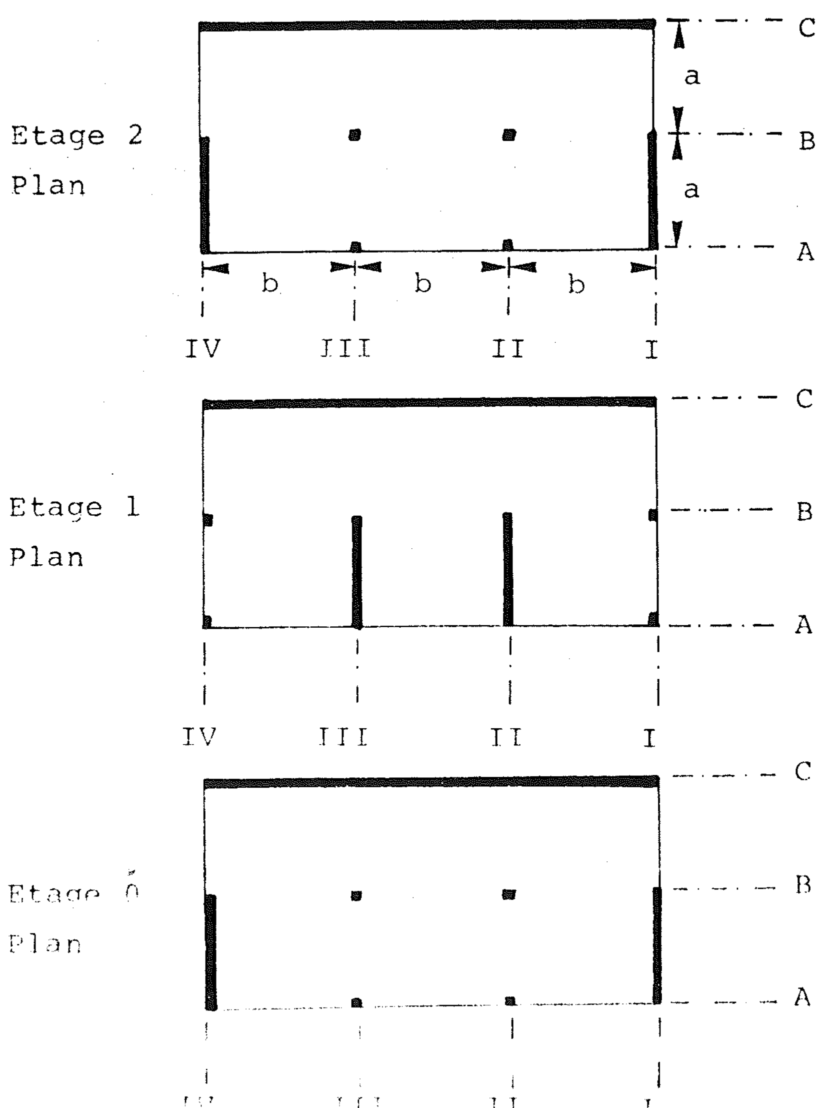


6503 Husbygning 3. Skriftlig prøve 7. januar 1974.

FIGUR 7 a



FIGUR 7 b



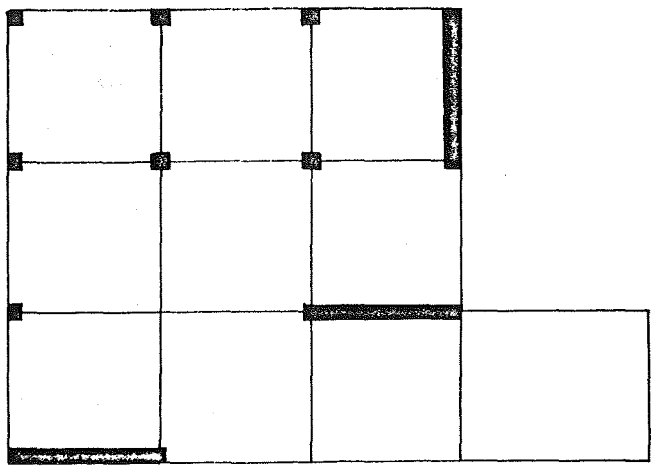
OPGAVE 7. (Eksamensopgave 7. januar 1974, 6503)

På figur 7.a og 7.b er vist en tre-etages skivebygning. Bygningen er opbygget med en bærende længdevæg i linie C og med 2 bærende tværvægge i hver etage. Dækkene er i enkelte punkter desuden understøttet med pendulsøjler.

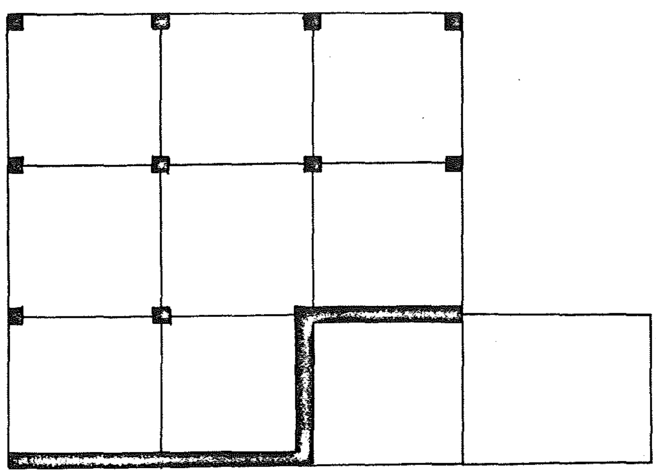
Fugerne mellem dæk og vægge og mellem vægge og fundament forudsættes at kunne overføre skivekræfter. Endvidere forudsættes dæk og vægge kun at kunne overføre skivekræfter.

For en vindbelastning fra vest, som ækvivaleres med en vandret linielast på p pr. længdeenhed i det øverste dæks plan og $2p$ pr. længdeenhed i de to andre dæks planer, ønskes snitkræfterne beregnet i fugerne mellem fundamentet og vægge, henholdsvis søjler, i underste etage.

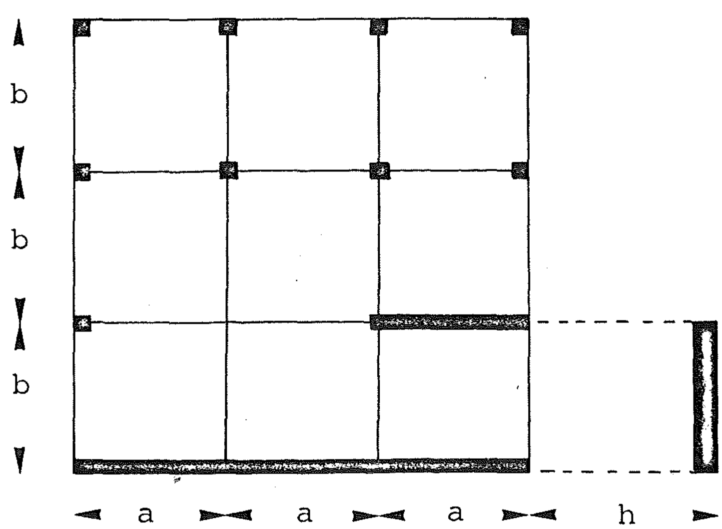
Snitkræfternes angrebspunkter og regning skal angives.



etage 3



etage 2

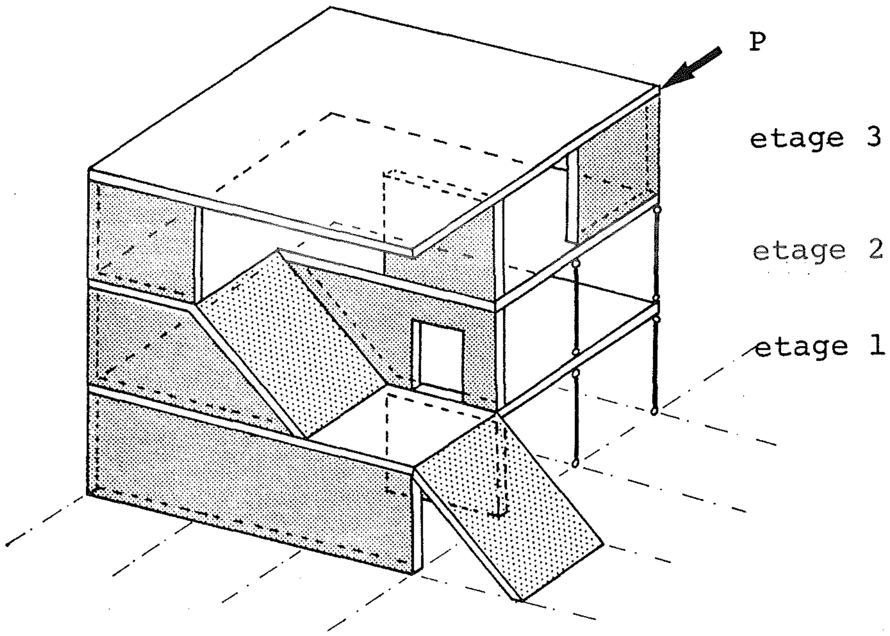


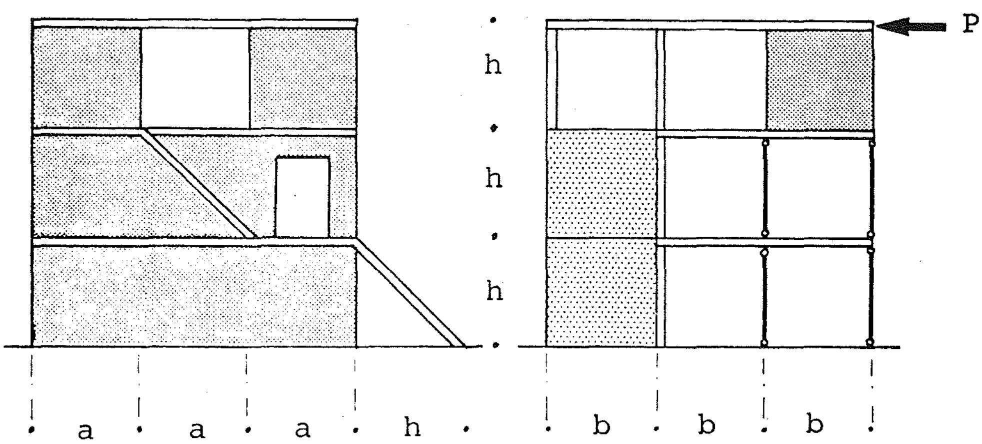
etage 1

OPGAVE 8.

1) Påvis, at den viste tre-etages skivebygning er statisk bestemt og stabil.

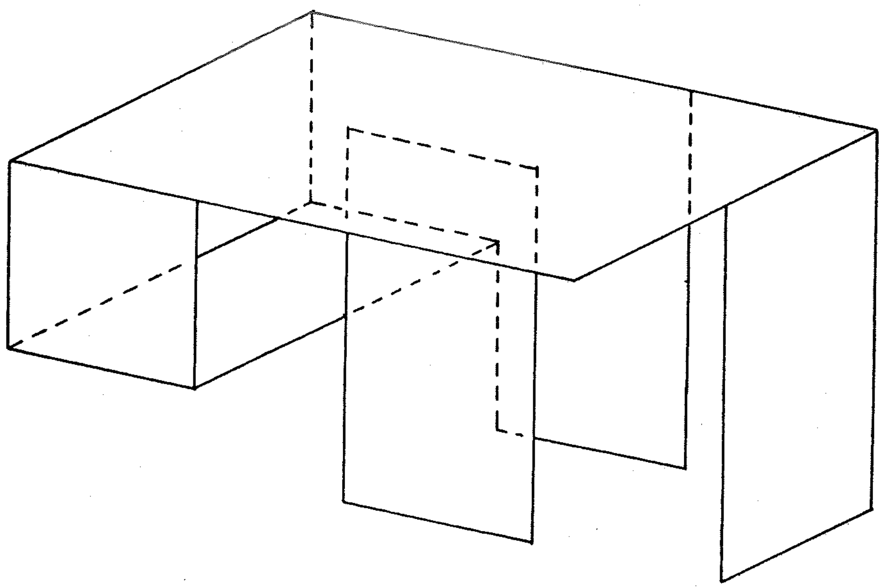
2) Beregn snitkræfterne omkring de skrå trappeskiver og søjlekraften for søjle I-D i stueetagen.





OPGAVE 9.

Undersøg stabiliteten af nedenstående skivekonstruktion.



FORTEGNELSE OVER FORELÆSNINGSNOTATER, UDGIVET AF
INSTITUTTET FOR HUSBYGNING, DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE

Nr.	Forfatter	Titel	
1		Ikke benyttet	
2	Stålby, Jens E.	Jordskælvspåvirkninger i husbygningskonstruktioner, 1969	
3		Ikke benyttet	
4	Munch-Petersen, Johs.F.	Facadeelementer, 1970 (revideret, erstattet af nr.30)	udgået
5	Guntofte, Keld	Tolerancer, 1971	
6	Lundsgaard, H.	Brandteknik under projektering, 1971	udgået
7	Linnemann Bech, Paul	Afstivende systemer, 1971	udgået
8	Linnemann Bech, Paul	Bærende systemer, 1971	
9	Munch-Petersen, Johs.F.	Philosophy of Design, 1971 (revideret, erstattet af nr.19)	
10	Munch-Petersen, Johs.F.	Varmeisolering til Hus-Behov, 1971	
11	Munch-Petersen, Johs.F.	Pris og produktivitet, 1971	
12	Munch-Petersen, Johs.F.	Statik til Hus-Behov, 1971 (revideret, erstattet af nr.26)	
13	Guntofte, Keld	Konstruktionssamlinger, 1971	
14	Hilbert, Niels-Ole og Stokbæk, K.	Betonelementproduktion, 1971	
15	Linnemann Bech, Paul og Nielsen, Jørgen	Elementær skivestatik, 1971	
16	Munch-Petersen, Johs.F.	System Building Design Philosophy, 1972, (revideret, erstattet af nr. 19)	
17	Guntofte, Keld	Structural Problems in System Building, 1972	
18	Østergaard, Poul	Bygningsbrandlovgivning	
19	Munch-Petersen, Johs.F.	System Building Design Philosophy, 1972 (revideret udgave)	
20	Jakobsen, Torben	Bygningsmaterialers brandtekniske egenskaber, 1972	

Nr.	Forfatter	Titel
21		Ikke benyttet
22	Pedersen, Erik	Brandteknisk vurdering af ventilationsanlæg, 1973
23	Jensen, Bjarne Chr.	Branddimensionering af konstruktionselementer i træ, 1973
24		Ikke benyttet
25		Modul BBC-blade, Dæk- og vægelementer fra Modulbeton, 1972
26	Munch-Petersen, Johs.F.	Statik til Hus-Behov, 1972 (revideret udgave)
27	Guntofte, Keld	Brochurer, 1972
28	Munch-Petersen, Johs.F.	Byggemetoder, 1972
29	Linnemann Bech, Paul	Bærende systemer, 1972
30	Munch-Petersen, Johs.F.	Facadeelementer, 1973 (revideret udgave)
31	Borchersen, Egil	Skivebygninger 1: Statik, 1973
32	Uddrag af SBI-anv.82	Skivebygninger 2: Beregningsmodeller, 1973 udgå
33	Uddrag af SBI-anv.82	Skivebygninger 3: Figurer, 1973 udgå
34	Uddrag af SBI-anv.82	Skivebygninger 4: Eksempler, 1973
35	Haagentoft, Jens H.	Byggelovgivning, 1973
36	Jessen, Richard	Murede huse, 1974.
37	Larsen, Henning	Faserne i bygningsplanlægning, 1974.
38	Borchersen, Egil	Skivebygninger 1: Statisk bestemte skivekonstruktioner, 1974